ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Петербургский государственный университет путей сообщения Императора АлександраI»
(ФГБОУ ВО ПГУПС)

Петрозаводский филиал ПГУПС

ОДОБРЕНО	УТВЕРЖДАЮ
на заседании цикловой комиссии ЕН	Начальник УМО
протокол № 8 от 28 апреля 2017 г	
Председатель цикловой комиссии:	____________ А.В. Калько
Масалова Т.А (________)	«28» 04 ________ 2017г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по организации и проведению практических занятий

По учебной дисциплине: ЕН.01. Элементы высшей математики

Специальность: 09.02.02 Компьютерные сети

Разработчик: Калько А.В.

2017 г.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические указания по организации и проведению практических занятий разработаны в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины ЕН.01. Элементы высшей математики и предназначено для выполнения практических занятий обучающимися.

Практические занятия по учебной дисциплине направлены на усвоение знаний, освоение умений и формирование элементов общих и профессиональных компетенций, предусмотренных рабочей программой учебной дисциплины.

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен **уметь**:

выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;

применять методы дифференциального и интегрального исчисления;

решать дифференциальные уравнения.

знать:

основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;

основы дифференциального и интегрального исчисления.

В результате освоения учебной дисциплины происходит поэтапное формирование элементов общих и профессиональных компетенций:

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество

ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность

ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности

ОК 6. Работать в коллективе и в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями

ОК 7. Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), результат выполнения заданий

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности

ПК 1.1. Выполнять проектирование кабельной структуры компьютерной сети.

ПК 1.2. Осуществлять выбор технологии, инструментальных средств и средств вычислительной техники при организации процесса разработки и исследования объектов профессиональной деятельности.

ПК 1.4. Принимать участие в приемо-сдаточных испытаниях компьютерных сетей и сетевого оборудования различного уровня и в оценке качества и экономической эффективности сетевой топологии.

ПК 2.3. Обеспечивать сбор данных для анализа использования и функционирования программно-технических средств компьютерных сетей.

ПК 3.5. Организовывать инвентаризацию технических средств сетевой инфраструктуры, осуществлять контроль поступившего из ремонта оборудования.

Рабочей программой предусмотрено выполнение обучающимися практических занятий, включая, как обязательный компонент практические задания с использованием персонального компьютера.

Распределение результатов освоения учебного материала в ходе выполнения заданий на практических занятиях происходит в соответствии с таблицей 1.

Таблица 1 – Распределение результатов освоения учебного материала

Раздел, тема	**Контрольно-оценочные мероприятия**	**Результаты**		**Поэтапно формируемые элементы общих и профессиональных компетенций**
		усвоенные знания	**освоенные умения**	
Тема 1.2. Системы линейных уравнений	Практическое занятие №1 Тестирование	Понятия, способы решений однородных и неоднородных систем линейных уравнений. основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;	Решать системы линейных уравнений выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;	ОК 1., ОК 2., ОК 3., ОК 6. , ОК 7. , ОК 8. , ОК 9., ПК 1.1., ПК 1.2. , ПК 2.3., ПК 3.5.

Раздел 2. **Основы теории комплексных чисел** Тема 2.1. Основы теории комплексных чисел	Практическое занятие №2 Тестирование	Определение комплексного числа в алгебраической форме, действия над ними. Геометрическое изображение комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексных чисел. Показательная форма комплексных чисел. Действие над комплексными числами в алгебраической, тригонометрической и показательных формах. Тождество Эйлера. основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;	Решать алгебраические уравнения. Выполнять арифметические операции над комплексными числами. Представлять комплексные числа в геометрической форме.	ОК 2., ОК 3. , ОК 8. , ОК 9., ПК 1.2.
Раздел 3. **Элементы аналитической геометрии** **Тема 3.1.** Векторы. Операции над векторами	Практическое занятие №3 Тестирование	Определение вектора. Операции над векторами, их свойства. Координаты вектора. Модуль вектора. Скалярное произведение векторов. основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;	Выполнять операции над векторами. Вычислять скалярное произведение через координаты вектора.	ОК 2., ОК 3. , ОК 8. , ОК 9., ПК 1.2.
Тема 3.2. Прямая на плоскости. Кривые второго порядка.	Практическое занятие №4 Тестирование	Прямая на плоскости: уравнение с угловым коэффициентом, уравнение прямой, проходящей через две данные точки, параметрические уравнения, уравнения в канонической форме. Кривые 2-го порядка, канонические уравнения гиперболы, параболы. Канонические уравнения гиперболы, параболы. основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической	Знать основы аналитической геометрии; решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости;	ОК 2., ОК 3., ОК 4. , ОК 8. , ОК 9., ПК 1.2.

		геометрии;		
Раздел 4. Основы математического анализа **Тема 4.1.** Теория пределов. Непрерывность.	Практическое занятие №5 Тестирование	Числовые последовательности. Монотонные, ограниченные последовательности. Предел последовательности, свойства предела. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, связь между ними, символические равенства. Предел функции. Односторонние пределы. Непрерывные функции. Замечательные пределы. Точки разрыва. основы дифференциального и интегрального исчисления.	Знать основы математического анализа. Вычислять пределы функций. Раскрывать неопределенности. применять методы дифференциального и интегрального исчисления;	ОК 1., ОК 2., ОК 3. , ОК 8. , ОК 9., ПК 1.2.
Тема 4.2. Дифференциальное исчисление функций одной действительной переменной	Практические занятия № 6,7 Тестирование	Определение производной функции. Производные элементарных функций. Дифференциал функции. Производная сложной функции. Правила дифференцирования. Правила Лопиталя. Экстремумы функций. Выпуклые функции. Точки перегиба. Асимптоты. Полное исследование функции. Построение графиков. основы дифференциального и	Знать основы дифференциального исчисления. Вычислять производные функций одной действительной переменной. Исследовать и выполнять построение графиков функций. применять методы дифференциального и интегрального исчисления;	ОК 1., ОК 2., ОК 3., ОК 4., ОК 6. , ОК 7. , ОК 8. , ОК 9., ПК 1.2., ПК 1.4., ПК 2.3., ПК 3.5.

		интегрального исчисления.		
Тема 4.3. Интегральное исчисление функций одной действительной переменной	Практические занятия № 8, 9 Тестирование	Неопределенный интеграл, его свойства. Таблица основных интегралов. Метод замены переменных. Интегрирование по частям. Интегрирование функций. Определенный интеграл. Основная формула интегрального исчисления. Интегрирование заменой переменной и по частям в неопределенном интеграле. основы дифференциального и интегрального исчисления.	Знать основы интегрального исчисления. Вычислять определенные интегралы. Вычислять площади фигур с помощью определенных интегралов. применять методы дифференциального и интегрального исчисления;	ОК 1., ОК 2., ОК 3., ОК 6. , ОК 7., ОК 8. , ОК 9., ПК 1.2., ПК 1.4., ПК 2.3., ПК 3.5.
Тема 4.4. Дифференциальное исчисление функций нескольких действительных переменных	Практические занятия № 10 Тестирование	Функции нескольких действительных переменных. Основные понятия. Пределы и непрерывность функции нескольких переменных. Свойства. основы дифференциального и интегрального исчисления.	Знать основы дифференциального исчисления. Вычислять частные производные и дифференциалы функций нескольких переменных. применять методы дифференциального и интегрального исчисления;	ОК 2., ОК 3., ОК 4. , ОК 8. , ОК 9., ПК 1.2.
Тема 4.5. Интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных	Практические занятия № 11,12 Тестирование	Двойные интегралы и их свойства. Повторные интегралы. Приложение двойных интегралов. основы дифференциального и	Знать основы интегрального исчисления. Вычислять двойные интегралы. применять методы дифференциального и интегрального	ОК 2., ОК 3., ОК 4. , ОК 8. , ОК 9., ПК 1.2.

		интегрального исчисления.	исчисления;	
Тема 4.6. Теория рядов	Практические занятия № 13,14 Тестирование	Числовой ряд, сумма ряда. Остаток ряда. Свойства. Необходимый признак сходимости рядов Признаки положительных рядов. Признаки Даламбера и Коши, интегральный признак сходимости. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимости. Функциональные последовательности и ряды. Степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена. Ряды Фурье. основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;	Находить сумму ряда по определению. Исследовать сходимость положительных и знакочередующихся рядов. Разлагать элементарные функции в ряд Тейлора	ОК 1., ОК 2., ОК 3., ОК 5. , ОК 8. , ОК 9., ПК 1.2., ПК 1.4.
Тема 4.7. Обыкновенные дифференциальные уравнения	Практические занятия № 15,16 Тестирование	Дифференциальные уравнения. Общее частное решение. Уравнение с разделенными и разделяющимися переменными. Однородные и неоднородные уравнения 1-го порядка. Дифференциальные уравнения 2-го порядка. основы дифференциального и интегрального исчисления.	Решать дифференциальные уравнения. применять методы дифференциального и интегрального исчисления;	ОК 2., ОК 3., ОК 4. , ОК 8. , ОК 9., ПК 1.2.

Раздел 5. **Основы теории вероятностей и математической статистики** **Тема 5.1.** Основы теории вероятностей и математической статистики	Практические занятия № 17,18 Тестирование	Классическое определение вероятности. Случайные величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение. Доверительные интервалы основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии;	Вычислять вероятности в простейших случаях. Составлять закон распределения дискретной случайной величины. Вычислять мат.ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение. решать простейшие задачи, используя аппарат математической статистики;	ОК 1., ОК 2., ОК 3., ОК 5., ОК 6. , ОК 7. , ОК 8. , ОК 9., ПК 1.1., ПК 1.2., ПК 1.4., ПК 2.3., ПК 3.5.
Раздел 6. **Численные методы** **Тема 6.1.** Численные методы	Практические занятия № 19,20 Тестирование	Приближенное значение величины. Абсолютная погрешность, относительная погрешность. Способы хранения цифр в памяти ЭВМ. Интерполяция и экраполяция. Численное интегрирование. Приближенно решение алгебраических и трансцедентных уравнений. основы дифференциального и интегрального исчисления.	Решать алгебраические и трансцедентные уравнения приближенными методами. Решать системы линейных уравнений приближенными методами. применять методы дифференциального и интегрального исчисления;	ОК 2., ОК 3., ОК 4. , ОК 8. , ОК 9., ПК 1.2., ПК 2.3., ПК 3.5.

Содержание практических занятий охватывает весь круг умений и компетенций, на формирование которых направлена учебная дисциплина.

ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

<u>Практическое занятие №1</u>

Решение систем линейных уравнений по правилу Крамера и методом Гаусса.

<u>Практическое занятие №2</u>

Действие над комплексными числами в алгебраической, тригонометрической и показательных формах.

<u>Практическое занятие №3</u>

Операции над векторами. Вычисление модуля и скалярного произведения

Практическое занятие №4

Составление уравнений прямых и кривых 2-го порядка, их построение.

Практическое занятие №5

Вычисление пределов с помощью замечательных пределов, раскрытие неопределенностей.

Практическое занятие №6

Вычисление производной сложной функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Правило Лопиталя.

Практическое занятие №7

Полное исследование функции. Построение графиков.

Практическое занятие №8

Интегрирование заменой переменной и по частям в неопределенном интеграле. Интегрирование рациональных и иррациональных функций. Универсальная подстановка.

Практическое занятие №9

Вычисление определенных интегралов. Вычисление площадей фигур с помощью определенных интегралов.

Практическое занятие №10

Вычисление частных производных и дифференциалов функций нескольких переменных.

Практическое занятие №11

Вычисление Двойных интегралов в случае области 1 и 2 типа.

Практическое занятие №12

Решение задач на приложение двойных интегралов

Практическое занятие №13

Нахождение суммы ряда по определению. Исследование сходимости положительных и знакочередующихся рядов.

Практическое занятие №14

Нахождение радиуса и области сходимости степенного ряда. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора.

Практическое занятие №15

Решение дифференциальных уравнений 1-го порядка с разделяющимися переменными. Решение однородных дифференциальных уравнений 1-го порядка. Решение линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка.

Практическое занятие №16

Решение линейных однородных дифференциальных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Решение дифференциальных уравнений, допускающих понижение степени

Практическое занятие №17

Вычисление вероятностей в простейших случаях. Составление закона распределения дискретной случайной величины. Вычисление мат.ожидания, дисперсии, среднего квадратического отклонения

Практическое занятие №18

Вычисление выборочной средней, выборочной дисперсии, выборочного среднего квадратического отклонения. Оценка генеральной дисперсии по исправленной выборочной. Вычисление доверительных интервалов для оценки математического ожидания и среднего квадратического отклонения нормального распределения.

Практическое занятие №19

Решение алгебраических и трансцедентных уравнений приближенными методами. Решение систем линейных уравнений приближенными методами. Составление интерполяционных формул Лагранжа и Ньютона.

Практическое занятие №20

Вычисление интегралов при помощи формул Ньютона-Котеса. Нахождение решений обыкновенных дифференциальных уравнений при помощи формул Эйлера.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

При оценке освоенных умений при выполнении практических работ применяется пятибалльная шкала оценивания.

Оценивание практических занятий производится в соответствии со следующими нормативными актами:

- Положение о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся;
- Положение о планировании, организации и проведении лабораторных работ и практических занятий.

Практическое занятие №1

Тема: Решение системы линейных уравнений по правилу Крамера и методом Гаусса.

Цель: Научить студентов решать системы уравнений методом Крамера и Гаусса

Задание:

1 вариант

Решить методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = -2 \\ -2x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ -x_1 + 3x_2 = 4 \end{cases}$$

1) Решить методом Крамера

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = -2 \\ -2x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ -x_1 + 3x_2 = 4 \end{cases}$$

2) Найти обратную матрицу

$$\begin{matrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \end{matrix}$$

2 вариант

1) Решить методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

2) Решить методом Крамера

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

3) Найти обратную матрицу

$$\begin{matrix} 1 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \\ 2 & 5 & 2 \end{matrix}$$

Практическое занятие №2

Тема: Действие над комплексными числами в алгебраической, тригонометрической и показательных формах.

Цель: научить студентов выполнять элементарные операции над комплексными числами, перевод комплексных чисел в алгебраическую, тригонометрическую и показательную формы.

Задание:

I вариант:

1) Изобразить геометрическое место точек

$$|z+3i| \geq 4$$

2) Решить уравнение:

   (2-7i)x + (8+6i)y = (-6+5i)x – 8

IIвариант:

1) Изобразить геометрическое место точек

$$|z-2i| \leq 3$$

2) Решить уравнение:

   (-4-5i)x+(1+4i)y = -27i + (7-2i)y

Практическое занятие №3

Тема: Операции над векторами. Вычисление модуля и скалярного произведения.

Цель: Научиться вычислять модуль и скалярное произведение векторов

Задание:

1 вариант

1. Найти точку *M* на оси *Oy*, равноудаленную от точек A (6; -1) и B (-2; 3)
2. Отрезок с концами A(-5; -1) и B(5;4) разделен в отношении 2: 1: 2 (от A к B). Найти точки деления
3. Точка С делит отрезок АВ в отношении 1:4 (от А к В).Найти начало отрезка точку А, если концом его служит точка В (-6;-1).
4. Отрезок АВ задан концами А (-3;-2) и В (5;2).До какой точки С нужно продолжить отрезок АВ, чтобы АВ:ВС = 4:3 .
5. Найти точку М, равноудаленную от осей координат и от данной точки А(4;-2)
6. Дано: A(-2,3) B(1,1) C(4,-2) E(-5,-2)
7. Найти: a) n=4AE+5BC
8. b) разложить по базису вектор n
9. c) найти длину вектора n

3) Дано: вектора a=(-3,4) b=(6λ,-2)

10. При каком λ а) вектора будут параллельны б) вектора будут перпендикулярны
11. Найти координаты точки, делящей отрезок AB, где A(4,-2) B(3,4) в отношении λ=1/3

2 вариант

1) Найти точку М , расстояние которой от оси абсцисс и от точки А(-2;4) ровно 10.
2) Отрезок с концами А (7;-4) и В (-8;1) делится точкой С в отношении 1:4 (от А к В). Найти точку С.
3) Найти точки, делящие отрезок с концами А (2;1) и В (11;4) на три равные части.
4) Точка С (-2;1) делит отрезок АВ в отношении АС : СВ = 2:3. Найти конец отрезка точку В, если начало его точка А (-8;-1).
5) Отрезок задан очками А (-10;4) и В (5;-1). До какой точки С нужно его продолжить, чтобы АВ : ВС = 5 : 1.
6)
   Дано: A(3,-4) B(6,5) C(-2,-3) E(0,-5)
7) Найти: a) m=6AB - 3CE
8) b) разложить по базису вектор m
9) c) найти длину вектора m

4) Дано: вектора a=(4,-5) b=(6,-3λ)

10) При каком λ а) вектора будут параллельны б) вектора будут перпендикулярны
11) Найти координаты точки, делящей отрезок AB, где A(-3,-2) B(4,-6) в отношении λ=1/4

Практическое занятие №4

Тема: Составление уравнений прямых и кривых 2-го порядка, их построение.

Цель: Научиться составлять уравнения прямых и КВП и выполнять их построение

Теоретический материал

Уравнение первой степени относительно переменных x и y, то есть уравнение вида $Ax+By+C=0$ при условии, что коэффициенты A и B одновременно не равны нулю, называется *общим уравнением* прямой.

Уравнение вида $\vec{n}\cdot(\vec{r}-\vec{r}_0)=0$ называется *векторным уравнением* прямой. Если его переписать в координатной форме, то получится уравнение $A(x-x_0)+B(y-y_0=0)$.

Каноническое уравнение прямой записывается в следующем виде $\frac{x-x_0}{m}=\frac{y-y_0}{n}$, где m и n - координаты направляющего вектора прямой.

Уравнение прямой в отрезках на осях имеет вид $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$, где a и b - соответственно абсцисса и ордината точек пересечения прямой с осями Ox и Oy.

Уравнение прямой с угловым коэффициентом имеет вид $y=kx+b$, где $k=tg\alpha$ - угловой коэффициент, равный тангенсу угла наклона прямой к оси Ox, а b - ордината точки пересечения прямой с осью Oy.

Уравнение прямой, проходящей через данную точку $A(x_A;\,y_A)$ в заданном направлении, имеет вид $y-y_A=k\cdot(x-x_A)$, где $k=tg\alpha$ - угловой коэффициент прямой.

Уравнение прямой, проходящей через две данные точки $A(x_A;\,y_A)$ и $B(x_B;\,y_B)$, имеет вид $y-y_A=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}\cdot(x-x_A)$. Угловой коэффициент прямой, проходящей через точки A и B, находится из соотношения $k_{AB}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$.

Окружностью называется множество точек плоскости, равноудаленных от данной точки этой плоскости, называемой центром.

Уравнение окружности с центром в начале координат и радиусом r имеет вид $x^2+y^2=r^2$.

Уравнение окружности с центром в точке $O_1(a;b)$ и радиусом r имеет вид $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$.

Уравнение окружности в общем виде записывается так: $Ax^2+Ay^2+Bx+Cy+D=0$, где A, B, C и D - постоянные коэффициенты.

Эллипсом называется множество точек плоскости, сумма расстояний которых до двух данных точек, называемых фокусами, есть величина постоянная $(2a)$, большая расстояния между фокусами $(2c)$.

Уравнение эллипса, фокусы которого лежат на оси Ox, имеет вид $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\,(a>b)$, где a - длина большей полуоси; b - длина малой полуоси.

Гиперболой называется множество точек плоскости, абсолютная величина разности расстояний которых до двух данных точек, называемых фокусами, есть величина постоянная $(2a)$, меньшая расстояния между фокусами $(2c)$.

Уравнение гиперболы, фокусы которого лежат на оси Ox, имеет вид $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$, где a - длина действительной полуоси; b - длина мнимой полуоси.

Параболой называется множество точек на плоскости, равноудаленных от данной точки, называемой фокусом, и от данной прямой, называемой директрисой.

Уравнение параболы с вершиной в начале координат, осью симметрии которой служит ось Ox и ветви направлены вверх, имеет вид $x^2=2py$, где $p>0$ (параметр параболы) – расстояние от фокуса до директрисы. Уравнение ее директрисы $y=-\frac{p}{2}$.

Пример

<u>Задание 1:</u> Построить прямую $3x+4y-12=0$.

<u>Решение:</u> Найдем точки пересечения прямой с осями Ox и Oy.

Пусть $x=0 \Rightarrow 4y=12 \Rightarrow y=3 \Rightarrow B(0,3)$.

Пусть $y=0 \Rightarrow 3x-12=0 \Rightarrow 3x=12 \Rightarrow x=4 \Rightarrow A(4,0)$.

Изобразим найденные точки на координатной плоскости и соединим их, таким образом, получим прямую заданную уравнением $3x+4y-12=0$ (рис. 1).

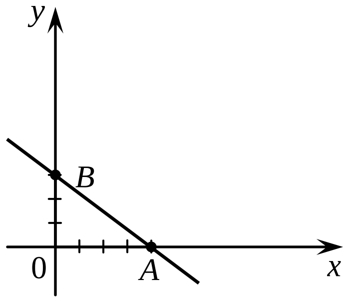

рис. 1

<u>Задание 2:</u> Построить прямую $\frac{x}{2}-\frac{y}{3}=1$.

<u>Решение:</u> Перепишем уравнение в виде: $\frac{x}{2}+\frac{y}{-3}=1$, то есть $a=2$ и $b=-3$. Таким образом, получаем точки $A(2;0)$ и $B(0;-3)$, прямая проходящая через точки A и B является искомой (рис. 2).

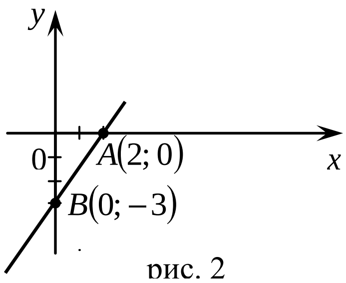

рис. 2

Задание 3: Составить уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку $M(2;3)$.

Решение: Вектор $OM=(2;3)$ коллинеарен искомой прямой. Для составления уравнения прямой используем каноническое уравнение прямой: $\frac{(x-x_0)}{m}=\frac{(y-y_0)}{n}$. Таким образом, подставив в данное уравнение $m=2$, $n=3$, $x=0$, $y=0$ получим искомое уравнение прямой проходящей через начало координат и точку $M(2;3)$:
$\frac{(x-0)}{2}=\frac{(y-0)}{3}\Leftrightarrow\frac{x}{2}=\frac{y}{3}\Leftrightarrow 3x-2y=0$.

Задание 4: Составить уравнение прямой, проходящей через данную точку $M_0(3;-5)$ и перпендикулярной данному вектору $\vec{n}=(4;2)$.

Решение: Пусть $M(x;y)$ - произвольная точка искомой прямой. Вектор $M_0M=(x-3;y+5)$ перпендикулярен вектору $\vec{n}=(4;2)$. Так как векторы перпендикулярны, то их скалярное произведение равно нулю, то есть $\vec{n}\cdot M_0M=0$. Записав произведение этих векторов в координатной форме, получим:
$(4;2)\cdot(x-3;y+5)=0\Leftrightarrow 4\cdot(x-3)+2\cdot(y+5)=0\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 4x-12+2y+10=0\Leftrightarrow 4x+2y-2=0\Leftrightarrow 2x+y-1=0$. Уравнение искомой прямой имеет вид $2x+y-1=0$.

Задания:

1. Проверить принадлежат ли точки $A(3;14)$, $B(4;13)$, $C(-3;0)$ и $D(0;7)$ прямой $7x-3y+21=0$.
2. Построить прямые:
   1) $x=4$; 2) $x=-3$; 3) $y=2$;
   4) $2x-5y+10=0$; 5) $4x+6y-3=0$; 6) $\frac{x}{2}+\frac{y}{6}=1$;
   7) $\frac{x}{5}-\frac{y}{4}=1$; 8) $-\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$; 9) $-\frac{x}{6}-\frac{y}{3}=1$.
3. Построить фигуру, ограниченную линиями $x=-2$, $x=0$, $y=-3$ и $y=0$. Вычислить площадь этой фигуры.
4. Преобразуйте уравнения следующих прямых к уравнениям в отрезках на осях:
   1) $3x-4y+2=0$; 2) $x+y-3=0$; 3) $2x+3y+1=0$;
   4) $2x+3y-6=0$; 5) $3x-4y+12=0$.
5. Составить уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку $M(x;y)$:1) $M(-4;-1)$; 2) $M(5;-4)$.
6. Составить уравнение прямой, проходящей через данную точку M_0 и перпендикулярной данному вектору $\vec{n}$:
   1) $M_0(-2;-3)$; $\vec{n}=(4;5)$; 2) $M_0(1;-1)$; $\vec{n}=(-3;4)$.
7. Составить уравнение окружности, проходящей через точки:
   1) $A(3;1)$, $B(-2;6)$, $C(-5;-3)$; 2) $A(2;8)$, $B(4;-6)$, $C(-12;-6)$;
   3) $A(-2;-6)$, $B(-3;1)$, $C(4;2)$.
8. Составьте уравнение эллипса, если две его вершины находятся в точках A и B, а фокусы в точках F_1 и F_2: 1) $A(-5;0)$, $B(5;0)$, $F_1(-3;0)$, $F_2(3;0)$;
   2) $A(0;-8)$, $B(0;8)$, $F_1(-5;0)$, $F_2(5;0)$; 3) $A(0;-4)$, $B(0;4)$, $F_1(0;-2)$, $F_2(0;2)$.

Практическое занятие №5

Тема: Вычисление пределов с помощью замечательных пределов, раскрытие неопределенностей.

Цель: Закрепить умение вычисления пределов; научиться раскрывать неопределенности.

Задание:

1 вариант

Вычислить пределы:

1. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{3x^2-17x+10}{3x^2-16x+5}$
2. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{5-x}{3-\sqrt{2x-1}}$
3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{1-\sin x}}{\sin x}$
4. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{2x^3+x+1}{3x^3+x^2+1}$
5. $\lim\limits_{x\to \infty}\left(1-\dfrac{2}{x}\right)^x$

2 вариант

Вычислить пределы

1. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{4x^2-7x+3}{3x^2-2x-1}$
2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sqrt{3+x}-\sqrt{3-x}}$
3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+tgx}-1}{3tgx}$
4. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{5x^4-x^3+2x}{x^4-8x^3+1}$
5. $\lim\limits_{x\to \infty}\left(1+\dfrac{3}{x}\right)^{-x}$

Практическое занятие №6

Тема: Вычисление производной сложной функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Правило Лопиталя.

Цель: Закрепить умение вычислять производные.

Задание:

1 вариант

Найти производные функций при данном значении аргумента (1-3):

1. $f(x)=\frac{2}{x}-\frac{8}{\sqrt{x}}+\frac{6}{\sqrt[3]{x^2}}+2x+6x^2\sqrt{x}$, $f'(1)$
2. $f(x)=(x^2-2)\sqrt{x^2+1}$, $f'(\sqrt{3})$
3. $f(z)=\frac{9z}{\sqrt{z^2+1}}$, $f'(2\sqrt{2})$
4. Точка движется прямолинейно по закону $s=2t^3-2t^2-4$ (s в м., t в с.). Найти ускорение точки в конце 2 секунды .
5. Составить уравнение нормали к параболе $y=x^2-6x+8$ в точке с абсциссой x=4

2 вариант

Найти производные функций при данном значении аргумента (1-3):

1. $f(x)=\frac{1}{x^2}+\frac{3}{2\sqrt[3]{x^2}}-\frac{4}{\sqrt{x}}+3x-2x^2\sqrt{x}$, $f'(1)$
2. $f(u)=(u^2+3)\sqrt{u^2+1}$, $f'(\sqrt{2})$
3. $f(x)=\frac{x}{1-\sqrt{x^2+1}}$, $f'(\sqrt{3})$
4. Точка движется прямолинейно по закону $s=2t^3-3t^2+4$ (s в м., t в с.). Найти ускорение точки в конце 3 секунды .
5. Найти острый угол, образуемый при пересечении парабол $y=\frac{1}{2}x^2 u x=\frac{1}{2}y^2$

Практическое занятие №7

Тема: Полное исследование функции. Построение графиков.

Цель: Закрепить умение исследовать функции с помощью производной

Задание:

1 вариант
Найти:

1. Интервал возрастания и убывания функции $y = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 1$
2. Наибольшее и наименьшее значения функции $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x - \frac{1}{3}$ на отрезке

[-2;2]

Исследовать кривую:

3. $y = x^3 + 3x^2$ на выпуклость и вогнутость
4. $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x$ на точке перегиба.
5. Дан закон прямолинейного движения точки S=$-\frac{1}{6}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{2}t + 1$ найти максимальную скорость движения этой точки (t в с., s в м.)

2 вариант
Найти:

1. Интервал возрастания и убывания функции $y = x^4 - 4x + 4$
2. Наибольшее и наименьшее значения функции $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x - 4$ на отрезке [-4;2]

Исследовать кривую :

3. $y = x^3 - 12x^2 + 1$ на выпуклость и вогнутость
4. $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + \frac{1}{3}$ на точке перегиба
5. Дан закон прямолинейного движения точки S=$-\frac{1}{3}t^3 + 3t^2 + 5t + 3$ найти максимальную скорость движения этой точки (t в с., s в м.)

Практическое занятие №8

Тема: Интегрирование заменой переменной и по частям в неопределенном интеграле. Интегрирование рациональных и иррациональных функций. Универсальна подстановка.

Цель: Закрепить умение находить неопределенные интегралы и вычислять определенные интегралы

Задание:

<u>1 вариант</u>

Найти интегралы:

1. $\int \frac{x^2 + x\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}{x\sqrt{x}} dx$
2. $\int \left(\frac{2}{\sqrt{9 - 4x^2}} + \frac{1}{e^x} \right) dx$
3. $\int \frac{dx}{\sin x \cos x}$
4. составить уравнение кривой , проходящей через точку(-2;8), если угловой коэффициент касательной в любой точки касания равен 2х-4
5. Уравнение скорости прямолинейного движения точки v=$3t^2 + 6t - 4$. Найти уравнение движения точки, если за время t=2c точка прошла путь 8 метров.(t в с, s в м). Дано уравнения скорости движения точки $v = (3t^2 - 2t - 3)$.Найти путь пройденный точкой за вторую с.
6. Вычислить работу, совершенную при сжатии пружины на 0,6м , если для сжатия ее на 0.01 метра нужна сила в 10Н
7. Вычислить работу совершенную при сжатии пружины на 0,04м, если для сжатия ее на 0,02м была затрачена работа 40Дж
8. Вычислить работу, совершенную при выкачивании воды из резервуара цилиндрической формы(R=2м, Н=1м) наполненного доверху водой(вес воды в объеме 1 $м^3 \approx 9807 Н$
9. Вычислить силу давления воды на вертикальную площадку, имеющую форму треугольника с основанием 5м и с высотой 3м.Уровень воды совпадает с вершиной треугольника.

<u>2 вариант</u>

Найти интегралы:

1. $\int \frac{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x^2} - x^{\frac{1}{2}}}{x\sqrt{x}} dx$
2. $\int \left(\frac{1}{\sqrt{3 - x^2}} + \frac{1}{e^x} \right) dx$
3. $\int (4\sin^2 x \cos x - \cos x) dx$

4. Найти уравнение кривой, , проходящей через точку A$\left(\frac{\pi}{3};1\right)$, если угловой коэффициент касательной к кривой в каждой её точке равен sinx.
5. Точка движется прямолинейно с ускорением a=6t+6 . Найти уравнение пути, если в момент времени t=0, s=0 и в момент времени t=3с скорость v=40м\с
6. Дано уравнения скорости движения точки $v=\left(36t-12t^{2}\right)$.Найти путь пройденный точкой от начала движения до ее остановки.
7. Вычислить работу, совершенную при сжатии пружины на 0,05м, если для растяжения ее на 0,02м нужна сила в 40Н.
8. Для растяжения пружины на 0,03м необходимо совершить работу в 12 Дж.На какую длину можно растянуть пружину, совершить работу в 48Дж.
9. Вычислить работу, совершенную при выкачивании воды из резервуара ,имеющего форму прямоугольного параллелепипеда (размеры :основание 3м$\times 4м$ и высота 2 м), наполненную доверху водой (вес воды в объеме $1м^{3}$ приблизительно равен 9807Н)
10. Вычислить силу давления воды на вертикальную площадку, имеющую форму треугольника с основанием 6м и высотой 2м. Уровень воды совпадает с основанием треугольника.

Практическое занятие №9

Тема: вычисление определенных интегралов. Вычисление площадей фигур с помощью определенных интегралов.

Цель: Закрепить умение вычислять и применять при решении задач определенные интегралы

Задание:

1 вариант

Вычислить интегралы:

1. $\int_0^2 \frac{4xdx}{\sqrt{1+2x^2}}$
2. $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{3dx}{2\cos^2\frac{x}{2}}$
3. $\int_{\sqrt{3}}^{3} \frac{dx}{3+x^2}$
4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: у=4-x^2 и у = 0
5. Найти объём тела, образованного вращением вокруг оси Ох фигуры, ограниченной линиями: $y^2-x+1=0, x-2=0, y=0$

2 вариант

Вычислить интегралы:

1. $\int_0^8 \left(\sqrt{2x}+\sqrt[3]{x}\right)dx$
2. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos xdx}{\sqrt{2\sin x+1}}$
3. $\int_{\frac{1}{3}}^{\frac{\sqrt{3}}{3}} \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}$
4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=x^2-6x+9$ и $3x-y-9=0$
5. **Найти** объём тела, образованного вращением вокруг оси Ох фигуры, ограниченной линиями: $y=-x^2+2x$ и $y=0$

Практическое занятие №10

Тема: Вычисление частных производных и дифференциалов функций нескольких переменных.

Цель: Научиться вычислять частные производные функции нескольких переменных

Задание:

1 вариант

Найти производные функций при данном значении аргумента (1-3):

1. $f(x)=\frac{2}{x}-\frac{8}{\sqrt{x}}+\frac{6}{\sqrt[3]{x^2}}+2x+6x^2\sqrt{x}$, $f'(1)$
2. $f(x)=(x^2-2)\sqrt{x^2+1}$, $f'(\sqrt{3})$
3. $f(z)=\frac{9z}{\sqrt{z^2+1}}$, $f'(2\sqrt{2})$
4. Точка движется прямолинейно по закону $s=2t^3-2t^2-4$ (s в м., t в с.). Найти ускорение точки в конце 2 секунды .
5. Составить уравнение нормали к параболе $y=x^2-6x+8$ в точке с абсциссой x=4

2 вариант

Найти производные функций при данном значении аргумента (1-3):

1. $f(x)=\frac{1}{x^2}+\frac{3}{2\sqrt[3]{x^2}}-\frac{4}{\sqrt{x}}+3x-2x^2\sqrt{x}$, $f'(1)$
2. $f(u)=(u^2+3)\sqrt{u^2+1}$, $f'(\sqrt{2})$
3. $f(x)=\frac{x}{1-\sqrt{x^2+1}}$, $f'(\sqrt{3})$
4. Точка движется прямолинейно по закону $s=2t^3-3t^2+4$ (s в м., t в с.). Найти ускорение точки в конце 3 секунды .
5. Найти острый угол, образуемый при пересечении парабол $y=\frac{1}{2}x^2 u x=\frac{1}{2}y^2$

Практическое занятие №11

Тема: Вычисление Двойных интегралов в случае области 1 и 2 типа.

Цель: Научиться находить двойные интегралы

Задание:

1 вариант

Найти интегралы:

1. $\iint \frac{x^2 + x\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}{x\sqrt{x}} dx$
2. $\iint \left(\frac{2}{\sqrt{9 - 4x^2}} + \frac{1}{e^x} \right) dx$
3. $\iint \frac{dx}{\sin x \cos x}$

2 вариант

Найти интегралы:

1. $\iint \frac{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x^2} - x^{\frac{1}{2}}}{x\sqrt{x}} dx$
2. $\iint \left(\frac{1}{\sqrt{3 - x^2}} + \frac{1}{e^x} \right) dx$
3. $\iint \left(4\sin^2 x \cos x - \cos x \right) dx$

Практическое занятие №12

Тема: Решение задач на приложение двойных интегралов

Цель: Закрепить умение вычислять двойные интегралы

Задание:

1 вариант

1. составить уравнение кривой , проходящей через точку(-2;8), если угловой коэффициент касательной в любой точки касания равен 2х-4
2. Уравнение скорости прямолинейного движения точки v=$3t^2+6t-4$. Найти уравнение движения точки, если за время t=2c точка прошла путь 8 метров.(t в с, s в м).

2 вариант

1. Найти уравнение кривой, , проходящей через точку А$\left(\frac{\pi}{3};1\right)$, если угловой коэффициент касательной к кривой в каждой её точке равен sinx.
2. Точка движется прямолинейно с ускорением а=6t+6 . Найти уравнение пути, если в момент времени t=0, s=0 и в момент времени t=3c скорость v=40м\с

Практическое занятие №13

Тема: Нахождение суммы ряда по определению. Исследование сходимости положительных и знакочередующихся рядов.

Цель: Научиться находить суммы рядов; научиться определять сходимость рядов

Упражнения.

1) Записать ряд по его заданному общему члену:

$u_n = \dfrac{n+1}{2^n}$;

$u_n = \dfrac{n+2}{2n-1}$;

$u_n = \dfrac{x^n}{n!}$.

Решение.

Полагая $n=1$, $n=2$, $n=3$,…, имеем бесконечную последовательность чисел: $u_1 = \dfrac{2}{3}$, $u_2 = \dfrac{3}{4}$, $\cdots$. Сложив его члены, получим ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^n} = \frac{2}{2} + \frac{3}{4} + \frac{4}{8} + \ldots + \frac{n+1}{2^n} + \ldots.$$

Поступая так же, получим ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{2n-1} = \frac{3}{1} + \frac{4}{3} + \frac{5}{5} + \ldots + \frac{n+2}{2n-1} + \ldots.$$

Придавая n значения 1,2,3,… и учитывая, что $1! = 1$, $2! = 1\cdot 2$, $3! = 1\cdot 2\cdot 3$,…, получим ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = \frac{x}{1} + \frac{x^2}{1\cdot 2} + \frac{x^3}{1\cdot 2\cdot 3} + \ldots + \frac{x^n}{n!} + \ldots.$$

2) Найти *n*-ый член ряда по его данным первым членам:

$\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{6} + \ldots$;

$\dfrac{1}{3} - \dfrac{2}{4} + \dfrac{3}{5} - \ldots$.

Решение.

Знаменатели членов ряда, начиная с первого, являются четными числами; следовательно, *n*-ый член ряда имеет вид $\dfrac{1}{2n}$.

Числители членов ряда образуют натуральный ряд чисел, а соответствующие им знаменатели – натуральный ряд чисел, а соответствующие им знаменатели – натуральный ряд чисел, начиная с 3. Знаки чередуются по закону $(-1)^{n+1}$ или по закону $(-1)^{n-1}$. Значит, *n*-й член ряда имеет вид $(-1)^{n+1} \cdot \dfrac{n}{n+2}$ или $(-1)^{n-1} \dfrac{n}{n+2}$.

Практическое занятие №14

Тема: Нахождение радиуса и области сходимости степенного ряда.

Разложение элементарных функций в ряд Тейлора.

Цель: Закрепить умение находить радиус и область сходимости рядов.

Задание:

1)Исследовать сходимость ряда, применяя необходимый признак сходимости и признак сравнения:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)\cdot 2^n}=\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{3\cdot 2^2}+\frac{1}{5\cdot 2^3}+\ldots+\frac{1}{(2n-1)\cdot 2^n}+\ldots;$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n+1}=\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\ldots+\frac{n}{n+1}+\ldots;$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\sqrt{n}}=1+\frac{1}{2\sqrt{2}}+\frac{1}{3\sqrt{3}}+\ldots+\frac{1}{n\sqrt{n}}+\ldots.$$

Решение.

Находим $\lim\limits_{n\to\infty}u_n=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{(2n-1)2^n}=0$.

Необходимый признак сходимости ряда выполняется, но для решения вопроса о сходимости нужно применить один из достаточных признаков сходимости. Сравним данный ряд с геометрическим рядом $\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\ldots+\frac{1}{2^n}+\ldots$,который сходится, так как $q=\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}<1$.

Сравнивая члены данного ряда, начиная со второго, с соответствующими членами геометрического ряда, получим неравенства

$$\frac{1}{3\cdot 2^2}<\frac{1}{2^2};\quad \frac{1}{5\cdot 2^3}<\frac{1}{2^3};\ldots;\quad \frac{1}{(2n-1)2^n}<\frac{1}{2^n};\ldots,$$

т.е. члены данного ряда, начиная со второго, соответственно меньше членов геометрического ряда, откуда следует, что данный ряд сходится.

Имеем

$$\lim_{n\to\infty}u_n=\lim_{n\to\infty}\frac{n}{n+1}=\lim_{n\to\infty}\frac{n}{1+\frac{1}{n}}=1,\quad 1\neq 0$$

.Здесь выполняется достаточный признак расходимости ряда; следовательно, ряд расходится.

Находим $\lim\limits_{n\to\infty}u_n=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n\sqrt{n}}=0$.

Необходимый признак сходимости ряда выполняется. Сравним данный ряд с обобщенным гармоническим рядом $1+\frac{1}{2^{3/2}}+\frac{1}{3^{3/2}}+\ldots+\frac{1}{n^{3/2}}+\ldots$,который сходится, поскольку $p=\frac{3}{2},\ \frac{3}{2}>1$, следовательно, сходится и данный ряд.

2)Исследовать сходимость ряда, используя признак Даламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n}{5^n}=\frac{2}{5}+\frac{4}{25}+\frac{6}{125}+\ldots+\frac{2n}{5^n}+\ldots;$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n^2}=\frac{3}{1^2}+\frac{3}{2^2}+\frac{3}{3^2}+\ldots+\frac{3^n}{n^2}+\ldots;$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{3^n}=\frac{1}{3}+\frac{1\cdot 2}{3^2}+\frac{1\cdot 2\cdot 3}{3^3}+\ldots+\frac{n!}{3^n}+\ldots.$$

Решение. Подставив в общий член ряда $\frac{2n}{5^n}$ вместо n число $n+1$, получим $\frac{2\cdot(n+1)}{5^{n+1}}$. Найдем предел отношения $(n+1)$-го члена к n-му члену при $n\to\infty$:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2(n+1)}{5^{n+1}}:\frac{2n}{5^n}\right)=\lim_{n\to\infty}\frac{2(n+1)\cdot 5^n}{5^n\cdot 5\cdot 2n}=\lim_{n\to\infty}\frac{n+1}{5n}=\lim_{n\to\infty}\frac{1+\frac{1}{n}}{5}=\frac{1}{5},\quad \frac{1}{5}<1.$$

Следовательно, данный ряд сходится.

Имеем

$$\lim_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{3^{n+1}}{(n+1)^2}:\frac{3^n}{n^2}\right)=\lim_{n\to\infty}\frac{3^n\cdot 3\cdot n^2}{(n+1)^2\cdot 3^n}=\lim_{n\to\infty}\frac{3n^2}{(n+1)^2}=3\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n}{n+1}\right)^2=$$

$$=3\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{1+\frac{1}{n}}\right)^2=3\cdot 1^2=3,\quad 3>1.$$

Значит, данный ряд расходится.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{(n+1)!}{3^{n+1}}:\frac{n!}{3^n}\right)=\lim_{n\to\infty}\frac{n!(n+1)3^n}{3^n\cdot 3\cdot n!}=\lim_{n\to\infty}\frac{n+1}{3}=\infty,\quad \infty>1$$

, т.е. ряд расходится.

Практическое занятие №15

Тема: Решение дифференциальных уравнений 1-го порядка с разделяющимися переменными. Решение однородных дифференциальных уравнений 1-го порядка. Решение линейных дифференциальных уравнений 1-го порядка.

Цель: Научиться решать дифференциальные уравнения 1-го порядка

Задание:

1 вариант

1. Вычислить дифференциал функции $y = \ln\cos^2 x$, при $x = \frac{\pi}{4}$ и dx=0.01
2. Вычислить относительную погрешность функции $v = \frac{4}{3}\pi R^3$ при R=300 и dR=0.3
3. Найти приближенное значение приращения функции $y = x^3 - x^2$ при x=2 и $\Delta x = 0.01$
4. Найти приближенное значение функции $f(x) = x^3 - x^2 + x - 3$ при x=3.03
5. Вычислить приближенное значение величины $\frac{1}{0.998}$

2 вариант

1. Вычислить дифференциал функции $y = \ln tg2x$ при x=$\frac{\pi}{8}$ и dx=0.03
2. Вычислить относительную погрешность функции $y = x^3$ при x=750 и dx=0.5
3. Найти приближенное значение приращения функции $y = 2\sqrt{x} + 4$ при x=25 и $\Delta x = 0.01$
4. Найти приближенное значение функции $f(x) = 3x^3 - x^2 + 5x - 1$ при x= 3.02
5. Вычислить приближенное значение величины $(1.02)^7$

Практическое занятие №16

Тема: Решение линейных однородных дифференциальных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Решение дифференциальных уравнений, допускающих понижение степени

Цель: Научиться решать дифференциальные уравнения 2-го порядка

Задание:

Найти частные решения дифференциальных уравнений.

1 вариант

1. $4xydx = (x^2+1)dy, если$ y= 4 при x = 1
2. *x dx =(x-y)dx,если y =3 при x=8*
3. $\frac{dy}{dx} + 4y - 2 = 0, если$ y= $\frac{3}{2}$ при x = 0
4. $\frac{d^2s}{dt^2} = 6t - 4,$ если s =5 , при t=2, и $\frac{ds}{dt} = 6$
5. $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 6y = 0, если$ y = 5 ,при x= 0, и $\frac{dy}{dx} = 0$

2 вариант

1. $(x^2+1)dy = xydx,$ если y=2 при x= $\sqrt{3}$
2. $x^2dy = (xy - y^2)dx,$ если y= 1 при x = 1
3. $\frac{dy}{dx} = 4y - 2,$ если y = $\frac{3}{2}$ при x = 0
4. $\frac{d^2s}{dt^2} = 6t + 8$, если s = 12 при t = -2 и $\frac{ds}{dt} = -5$
5. $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 2y = 0$, если y = 3 при x = 0 , и $\frac{dy}{dx} = 0$

Практическое занятие №17

Тема: Вычисление вероятностей в простейших случаях. Составление закона распределения дискретной случайной величины. Вычисление мат. ожидания, дисперсии, среднего квадратического отклонения.

Цель: Закрепить умение решения задач по теории вероятности и математической статистике

Задание:

Задача № 1

1-20. Найти методом произведений: а) выборочную среднюю; б) выборочную дисперсию; в) выборочное среднее квадратическое отклонение по данному статистическому распределению выборки (в первой строке указаны выборочные варианты x_i, а во второй соответственные частоты n_i количественного признака X).

19.

x_i	14,5	24,5	34,4	44,4	54,4	64,4	74,4
n_i	5	15	40	25	8	4	3

Решение:

Составим расчетную таблицу 1, для этого:

1) запишем варианты в первый столбец;
2) запишем частоты во второй столбец; сумму частот (100) поместим в нижнюю клетку столбца;
3) в качестве ложного нуля C выберем варианту 34,5, которая имеет наибольшую частоту; в клетке третьего столбца, которая принадлежит строке, содержащей ложный нуль, пишем 0; над нулем последовательно записываем –1, -2, а над нулем 1, 2, 3;
4) произведения частот n_i на условные варианты u_i запишем в четвертый столбец; отдельно находим сумму (-25) отрицательных чисел и отдельную сумму (65) положительных чисел; сложив эти числа, их сумму (40) помещаем в нижнюю клетку четвертого столбца;
5) произведения частот на квадраты условных вариант, т. е. $n_i u_i^2$, запишем в пятый столбец; сумму чисел столбца (176) помещаем в нижнюю клетку пятого столбца;
6) произведения частот на квадраты условных вариант, увеличенных на единицу, т. е. $n_i(u_i+1)^2$ запишем в шестой контрольный столбец; сумму чисел столбца (356) помещаем в нижнюю клетку шестого столбца.

В итоге получим расчетную таблицу 1.

Для контроля вычислений пользуются тождеством

$$\sum_i n_i(u_i+1)^2 = \sum_i n_i u_i^2 + 2\sum_i n_i u_i + n.$$

Контроль: $\sum_i n_i(u_i+1)^2 = 356$;

$$\sum_i n_i u_i^2 + 2\sum_i n_i u_i + n = 176 + 80 + 100 = 356.$$

Совпадение контрольных сумм свидетельствует о правильности вычислений.

Вычислим условные моменты первого и второго порядков:

$$M_1^* = \frac{\sum n_i u_i}{n} = \frac{40}{100} = 0{,}4;$$

$$M_2^* = \frac{\sum n_i u_i^2}{n} = \frac{176}{100} = 1{,}76.$$

Найдем шаг (разность между любыми двумя соседними вариантами): $h = 24{,}5 - 14{,}5 = 10$.

Вычислим искомые выборочные среднюю и дисперсию, учитывая, что ложный нуль (варианта, которая имеет наибольшую частоту) C=34,5:

$$\overline{X}_B = M_1^* h + C = 0{,}4 \cdot 10 + 34{,}5 = 38{,}5$$

$$D_B = \left[M_2^* - \left(M_1^*\right)^2\right]h^2 = [1{,}76 - 0{,}16] \cdot 100 = 160$$

в) выборочное среднее квадратичное отклонение:

$$\sigma_в = \sqrt{D_в}$$

$$\sigma_в = \sqrt{160} = 12{,}65$$

Таблица 1.

1	2	3	4	5	6
x_i	n_i	u_i	$n_i u_i$	$n_i u_i^2$	$n_i(u_i+1)^2$
14,5	5	-2	-10	20	5
24,5	15	-1	-15	15	-
34,5	40	0	-25	-	40
44,5	25	1	25	25	100
54,5	8	2	16	32	72
64,5	4	3	12	36	64
74,5	3	4	12	48	75
			65		
	n=100		$\sum n_i u_i = 40$	$\sum n_i u_i^2 = 176$	$\sum n_i(u_i+1)^2 = 356$

Практическое занятие №18

Тема: Вычисление выборочной средней, выборочной диспрсии, выборочного среднего квадратическкго отклонения. Оценка генеральной дисперсии по исправленной выборочной. Вычисление доверительных интервалов для оценки математического ожидания и среднего квадратического отклонения нормального распределения.

Цель: Закрепить умение решения задач математической статистики

Задание:

Задача №2

№№ 21-40. Найти доверительные интервалы для оценки математического ожидания a нормального распределения с надежностью 0,95, зная выборочную среднюю $\bar{x}$, объем выборки n и среднее квадратическое отклонение σ.

39. $\bar{x} = 75{,}19$, $\sigma = 4$, $n = 220$.

Решение:

Требуется найти доверительный интервал

$$\bar{x} - t\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < \bar{x} + t\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad (*)$$

Все величины, кроме t, известны. Найдем t из соотношения $\Phi(t) = 0{,}95/2 = 0{,}475$. По таблице приложения 2 [1] находим t=1,96. Подставим в неравенство t=1,96, $\bar{x} = 75{,}19$, $\sigma = 4$, n=220 в (*).

Окончательно получим искомый доверительный интервал

$$75{,}19 - 1{,}96 \cdot \frac{4}{\sqrt{220}} < a < 75{,}19 + 1{,}96 \cdot \frac{4}{\sqrt{220}}$$

$$74{,}66 < a < 75{,}72$$

Практическое занятие №19

Тема: Решение алгебраических и трансцедентных уравнений приближенными методами. Решение систем линейных уравнений приближенными методами. Составление интерполяционных формул Лагранжа и Ньютона.

Цель: Научиться решать уравнения приближенными методами.

Задание:

1. Методом половинного деления уточнить корень уравнения

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - x - 1 = 0$$

лежащий на отрезке [0, 1] .

Последовательно имеем:

$f(0) = -1$; $f(1) = 1$; $f(0,5) = 0,06 + 0,25 - 0,5 - 1 = -1,19$;
$f(0,75) = 0,32 + 0,84 - 0,75 - 1 = -0,59$;
$f(0,875) = 0,59 + 1,34 - 0,88 - 1 = +0,05$;
$f(0,8125) = 0,436 + 1,072 - 0,812 - 1 = -0,304$;
$f(0,8438) = 0,507 + 1,202 - 0,844 - 1 = -0,135$;
$f(0,8594) = 0,546 + 1,270 - 0,859 - 1 = -0,043$ и т. д.

Можно принять $x = \frac{1}{2}(0,859 + 0,875) = 0,867$

2. Найти положительный корень уравнения

$f(x) = x^3 - 0,2x^2 - 0,2x - 1,2 = 0$

с точностью e = 0,01.

Прежде всего, отделяем корень. Так как

$f(1) = -0,6 < 0$ и $f(2) = 5,6 > 0$,

то искомый корень x лежит в интервале [1, 2]. Полученный интервал велик, поэтому разделим его пополам. Так как

$f(1,5) = 1,425 > 0$, то $1 < x < 1,5$.

Так как $f''(x) = 6x - 0,4 > 0$ при $1 < x < 1,5$ и $f(1,5) > 0$, то воспользуемся формулой (5) для решения поставленной задачи:

$$x_1 = 1 + \frac{0,6}{1,425 + 0,6}(1,5 - 1) = 1,15;$$

$$|x_1 - x_0| = 0,15 > e,$$

следовательно, продолжаем вычисления;

$$f(x_1) = -0,173;$$

$$x_2 = 1,15 + \frac{0,173}{1,425 + 0,173}(1,5 - 1,15) = 1,190;$$

$$|x_2 - x_1| = 0,04 > e,$$

$$f(x_2) = -0,036;$$

$$x_3 = 1,190 + \frac{0,036}{1,425 + 0,036}(1,5 - 1,190) = 1,198;$$

$$|x_3 - x_2| = 0,008 < e.$$

Таким образом, можно принять x = 1,198 с точностью e = 0,01.

Заметим, что точный корень уравнения x = 1,2.

Практическое занятие №20

Тема: Вычисление интегралов при помощи формул Ньютона-Котеса. Нахождение решений обыкновенных дифференциальных уравнений при помощи формул Эйлера.

Цель: Закрепить умение вычисления интегралов

Задание:

Вычислим по формулам Котеса степеней от 1 до 9 значение интеграла

$$I = \int_1^2 \frac{dx}{x} = ln(2)$$

Вычисления будем производить не разбивая отрезок на частичные, то есть используя $k+1$ точку, где k -степень полинома. Результаты приведены ниже в таблице. Округления проводились с точностью 6 знаков после запятой.

Степень полинома	**Количество узлов**	**Приближенное значение интеграла**	**Точное значение интеграла**	**Погрешность результата**	**Погрешность формулы**
1	2	0.75	0.693147	0.056853	0.166667
2	3	0.694444	0.693147	0.001297	0.008333
3	4	0.69375	0.693147	0.000603	0.003704
4	5	0.693175	0.693147	0.000028	0.000372
5	6	0.693163	0.693147	0.000016	0.000210
6	7	0.693148	0.693147	0.000001	0.000026
7	8	0.693148	0.693147	0.000001	0.000016
8	9	0.693147	0.693147	0	0.000002
9	10	0.693147	0.693147	0	0

Перечень рекомендуемой учебной литературы, информационных ресурсов сети Интернет соответствует пункту 3.2. рабочей программы учебной дисциплины ЕН.01. Элементы высшей математики специальности 09.02.02 Компьютерные сети