

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ  
ИМПЕРАТОРА АЛЕКСАНДРА I»  
(ФГБОУ ВО ПГУПС)  
ПЕТРОЗАВОДСКИЙ ФИЛИАЛ ПГУПС

ОДОБРЕНО

на заседании цикловой комиссии

протокол № 12 от 15.06.2017

Председатель цикловой комиссии:

Севф (Н.С.Севф.)

УТВЕРЖДАЮ

Начальник УМО

А.В. Калько А.В. Калько  
«15» 16 2017<sub>г</sub>

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по организации и проведению практических занятий и лабораторных работ  
по учебной дисциплине

### ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

для специальности

**23.02.06 Техническая эксплуатация подвижного состава железных дорог**

Разработчик: Преподаватель Яковцева Галина Борисовна

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемое вниманию методическое пособие по поведению практических и лабораторных занятий полностью соответствует действующей программе курса по дисциплине «Техническая механика» специальности:

### **23.02.06. Техническая эксплуатация подвижного состава железных дорог**

Целью выполнения практических и лабораторных занятий является:

- научиться решать типовые задачи;
- получить навыки правильного использования расчетных формул;
- привить навыки проверки опытным путем результатов теоретического расчета;
- установить взаимосвязь между теорией и практикой;
- закрепить знания по темам.

Практические и лабораторные занятия можно условно подразделить на группы.

К первой группе относятся занятия по решению задач.

Ко второй группе - занятия, посвященные опытной проверке теоретических положений.

В методических указаниях к практическим и лабораторным занятиям приводятся:

- цели,
- краткое теоретическое обоснование,
- методики выполнения работ,
- примеры решения задач,
- задания,
- отчет о работе,

при этом студенту предлагается дать аналитическое заключение по всем полученным параметрам.

### **Перечень практических и лабораторных занятий**

Раздел 1. Основы теоретической механики

Тема 1.2. Плоская система сил

*Практическое занятие 1. Решение задач на равновесие сил в аналитической форме.*

*Практическое занятие 2. Определение главного вектора и главного момента произвольной плоской системы сил.*

*Практическое занятие 3. Определение реакций в опорах балочных систем с проверкой правильности решения.*

Тема 1.4. Центр тяжести.

*Лабораторная работа 1. Определение центра тяжести плоских фигур.*

Раздел 4. Соппротивление материалов

Тема 4.2 Растяжение и сжатие

*Практическое занятие 4. Выполнение расчетов на прочность при растяжении и сжатии.*

*Практическая работа 5. Построение эпюр продольных сил, нормальных напряжений и перемещений при растяжении (сжатии)*

Тема 4.3 Срез и смятие

*Практическое занятие 6. Расчёт соединений, работающих на срез и смятие*

Тема 4.5. Кручение

*Практическое занятие 7. Определение диаметра вала из условия прочности при кручении.*

Тема 4.6. Изгиб

*Практическое занятие 8. Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов.*

*Практическое занятие 9. Выполнение расчетов на жесткость при изгибе.*

Раздел 5. Детали машин

Тема 5.3. Передачи вращательного движения

*Практическое занятие 10. Выполнение расчета прямозубых передач и определение параметров зубчатых колес.*

*Практическое занятие 11. Подбор подшипников качения по динамической грузоподъемности.*

В результате выполнения практических занятий, предусмотренных программой по данной специальности, студент должен:

**обладать общими и профессиональными компетенциями:**

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, определять методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Решать проблемы, оценивать риски и принимать решения в нестандартных ситуациях.

ОК 4. Осуществлять поиск, анализ и оценку информации, необходимой для постановки и решения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии для совершенствования профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в коллективе и команде, обеспечивать ее сплочение, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 7. Ставить цели, мотивировать деятельность подчиненных, организовывать и контролировать их работу с принятием на себя ответственности за результат выполнения заданий.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Быть готовым к смене технологий в профессиональной деятельности.

ПК 1.1. Эксплуатировать подвижной состав железных дорог.

ПК 1.2. Производить техническое обслуживание и ремонт подвижного состава железных дорог в соответствии с требованиями технологических процессов.

ПК 2.3. Контролировать и оценивать качество выполняемых работ.

ПК 3.2. Разрабатывать технологические процессы на ремонт отдельных деталей и узлов подвижного состава железных дорог в соответствии с нормативной документацией.

**уметь:**

- использовать методы проверочных расчетов на прочность, действий изгиба и кручения;
- выбирать способ передачи вращательного момента.

**знать:**

- основные положения и аксиомы статики, кинематики, динамики и деталей машин.

Для подготовки специалиста необходимо осуществить хорошую общетехническую подготовку. В целях обеспечения лучшего усвоения материала студентами, развития интереса к дисциплине, к избранной профессии необходимо связывать изучаемый материал с уже изученными дисциплинами и, что особенно важно с будущей специальностью. С этой целью на занятиях по технической механике проводятся межпредметные связи с дисциплинами: физика, математика, материаловедение, инженерная графика, информатика.

Практические и лабораторные занятия рассчитаны на выполнение в течение двух учебных часов.

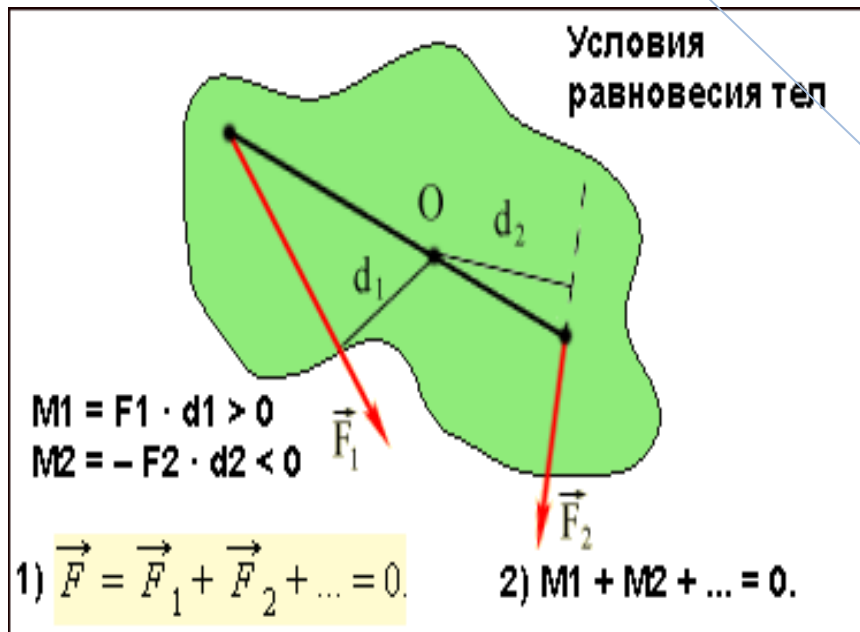
**Правила выполнения практических и лабораторных работ:**

1. Студент должен прийти на практическое занятие (лабораторное) подготовленным к выполнению работы. Студент, не подготовленный к работе, не может быть допущен к ее выполнению.
2. Каждый студент после проведения занятия должен представить отчет о проделанной работе с анализом полученных результатов и выводом по работе.
3. Отчет о проделанной работе следует выполнять на листах формата А4 с одной стороны листа. Содержание отчета :
  - приборы, оборудование, материалы , схемы, таблицы, графики, и т. д.;
  - анализ результатов практического (лабораторного) занятия (выводы);
  - ответы на контрольные вопросы.
4. В заголовках граф таблиц обязательно приводить буквенные обозначения величин в соответствии с ЕСКД.
5. Расчет следует проводить с точностью до двух значащих цифр.
6. Исправления выполняются на обратной стороне листа отчета. При мелких исправлениях неправильное слово (буква, число и т.п.) аккуратно зачеркивают и над ним пишут правильное пропущенное слово (буква, число).
7. Вспомогательные расчеты можно выполнять на отдельных листках, а при необходимости на листах отчета.
8. Если студент не выполнил практическую (лабораторную) работу или часть работы, то он может выполнить работу или оставшуюся часть во внеурочное время, согласованное с преподавателем.
10. Оценку по практической (лабораторной) работе студент получает, с учетом срока выполнения работы, если:
  - расчеты выполнены правильно и полном объеме;
  - сделан анализ проделанной работы и вывод по результатам работы;
  - студент может пояснить выполнение любого этапа работы;
  - отчет выполнен в соответствии с требованиями к выполнению работы.

*Зачет по практическим (лабораторным) работам студент получает при условии выполнения всех предусмотренных программой работ после сдачи отчетов по работам при удовлетворительных оценках за опросы и контрольные вопросы во время практических занятий.*

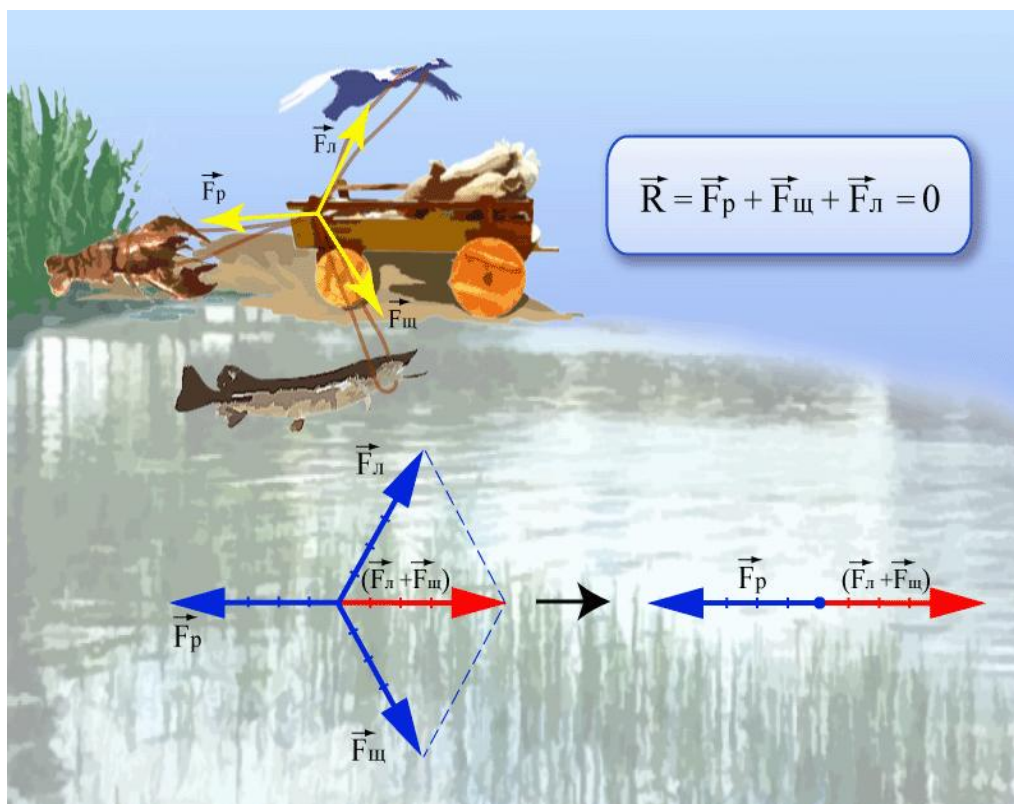
# РАЗДЕЛ 1

# СТАТИКА



## Практическое занятие 1

### Решение задач на равновесие сил в аналитической форме



# Практическое занятие 1

## Решение задач на равновесие сил в аналитической форме

К выполнению задания необходимо приступить после изучения темы 1.2. Плоская система сил.

**Цель:** научиться определять равнодействующую системы сил;

- приобрести умения в решении задач на равновесие системы сил для тел с идеальными связями всех видов и всеми видами нагрузок, кроме распределенных моментов;
- научиться выбирать в ходе решений задач рациональное направление координатных осей, выполнять проверку правильности решений;
- освоить методику решения задач на равновесие плоской системы сил

Образовательные результаты, соответствующие ФГОС: ОК 1 - ОК 8; ПК1.1; 1.2; 2.3; 3.2

### Краткое теоретическое обоснование

#### Условие равновесия плоской системы сходящихся сил в аналитической форме

Условия равновесия в аналитической форме можно сформулировать следующим образом: *Плоская система сходящихся сил находится в равновесии, если алгебраическая сумма проекций всех сил на любую ось равна нулю.*

Система уравнений равновесия плоской сходящейся системы сил:

$$\begin{cases} \sum_0^n F_{kx} = 0; \\ \sum_0^n F_{ky} = 0. \end{cases}$$

В задачах координатные оси выбирают так, чтобы решение было наиболее простым. Желательно, чтобы хотя бы одна неизвестная сила совпадала с осью координат.

### Алгоритм выполнения

#### 1. Указывают точку, равновесие которой рассматривается

В задачах такой точкой является центр тяжести тела или точки пересечения всех стержней и нитей.

#### 2. Прикладывают к рассматриваемой точке активные силы

Активными силами являются собственный вес тела или вес груза, которые направлены к центру тяжести земли. При наличии блока вес груза действует на рассматриваемую точку вдоль нити. Направление действия этой силы устанавливается из чертежа. Вес тела принято обозначать **G**

### 3. Мысленно отбрасывают связи, заменяя их действия реакциями связей

При замене связей реакциями следует помнить, что реакция плоскости направлена по нормали (перпендикуляр) к ней в точке контакта, а реакции стержня и нити – по их осям. Реакцию нити и стержня принято называть усилиями.

### 4. Выбираем положение прямоугольной системы координат

Начало координат совмещают с точкой, равновесие которой рассматривается.

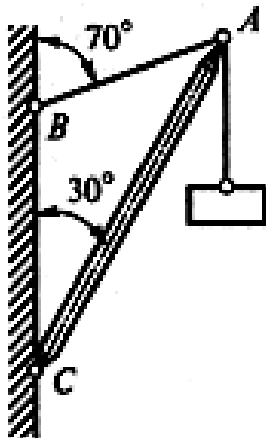
5. Составляют уравнения равновесия вида:  $\Sigma F_x = 0$ ;  $\Sigma F_y = 0$

*Напомним! если в результате решения искомая реакция получается положительной, то это значит, что направление ее выбрано верно, если отрицательной, то направление реакции необходимо заменить на противоположное (модуль ее при этом остается прежним).*

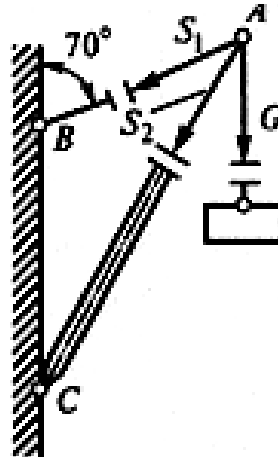
6. Выполняем проверку решения аналитическим способом.

**Пример 1.** Определить усилия в нити и стержне кронштейна, показанного на рис. а, если  $G = 20$  кН.

**Решение**



а



б

1. Рассмотрим равновесие точки А (или узла А), в которой сходятся все стержни и нити.

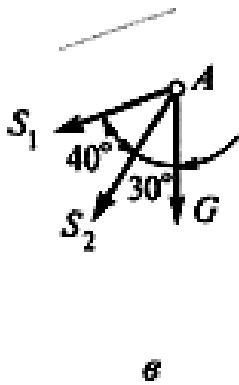
2. Активной силой является вес груза  $G$ , направленный вниз (рис. б).

3. Отбросим связи: стержень и нить.

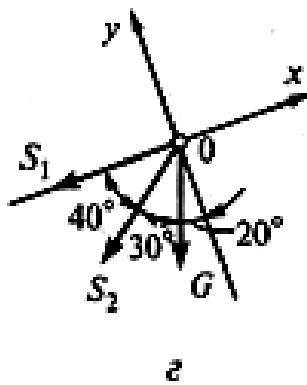
Усилие в нити обозначим  $S_x$  и направим от точки А, так как нить может испытывать только растяжение.

Усилие в стержне обозначим  $S_2$  и тоже направим от точки А, предполагая что стержень АС растянут (рис. б).

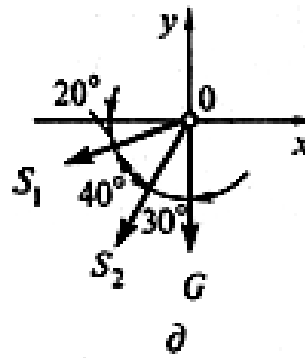
Выполним на



в



г



д

отдельном чертеже схему действия сил в точке А (рис. в).



4. Выберем положение системы координат. Начало координат совмещаем с точкой  $A$  (рис.  $z$ ). Ось  $x$  совмещаем с линией действия усилия  $S_1$ , а ось  $y$  располагаем перпендикулярно оси  $x$ . Укажем углы между осями координат и усилиями  $S_1$  и  $S_2$ .

5. Составим уравнения равновесия.

$$1) \sum X = -S_1 - S_2 \cos 40^\circ - G \cos 70^\circ = 0;$$

$$2) \sum Y = -S_2 \cos 50^\circ - G \cos 20^\circ = 0.$$

Из второго уравнения находим

$$S_2 = -G \frac{\cos 20^\circ}{\cos 50^\circ} = -\frac{20 \cdot 0,94}{0,643} = -29,24 \text{ кН.}$$

Из первого уравнения находим

$$S_1 = -S_2 \cos 40^\circ - G \cos 70^\circ = \\ = 29,24 \cdot 0,766 - 20 \cdot 0,342 = 15,56 \text{ кН.}$$

Знак «минус» перед  $S_2$  свидетельствует о том, что стержень  $AC$  не растянут, как предполагалось, а сжат.

**6. Проверку решения** предлагаем выполнить самостоятельно, расположив оси координат так, как показано на рис.  $d$ .

**Ответ:**  $S_1 = 15,56$  кН,  $S_2 = -29,24$  кН (при принятом на чертеже направлении усилий).

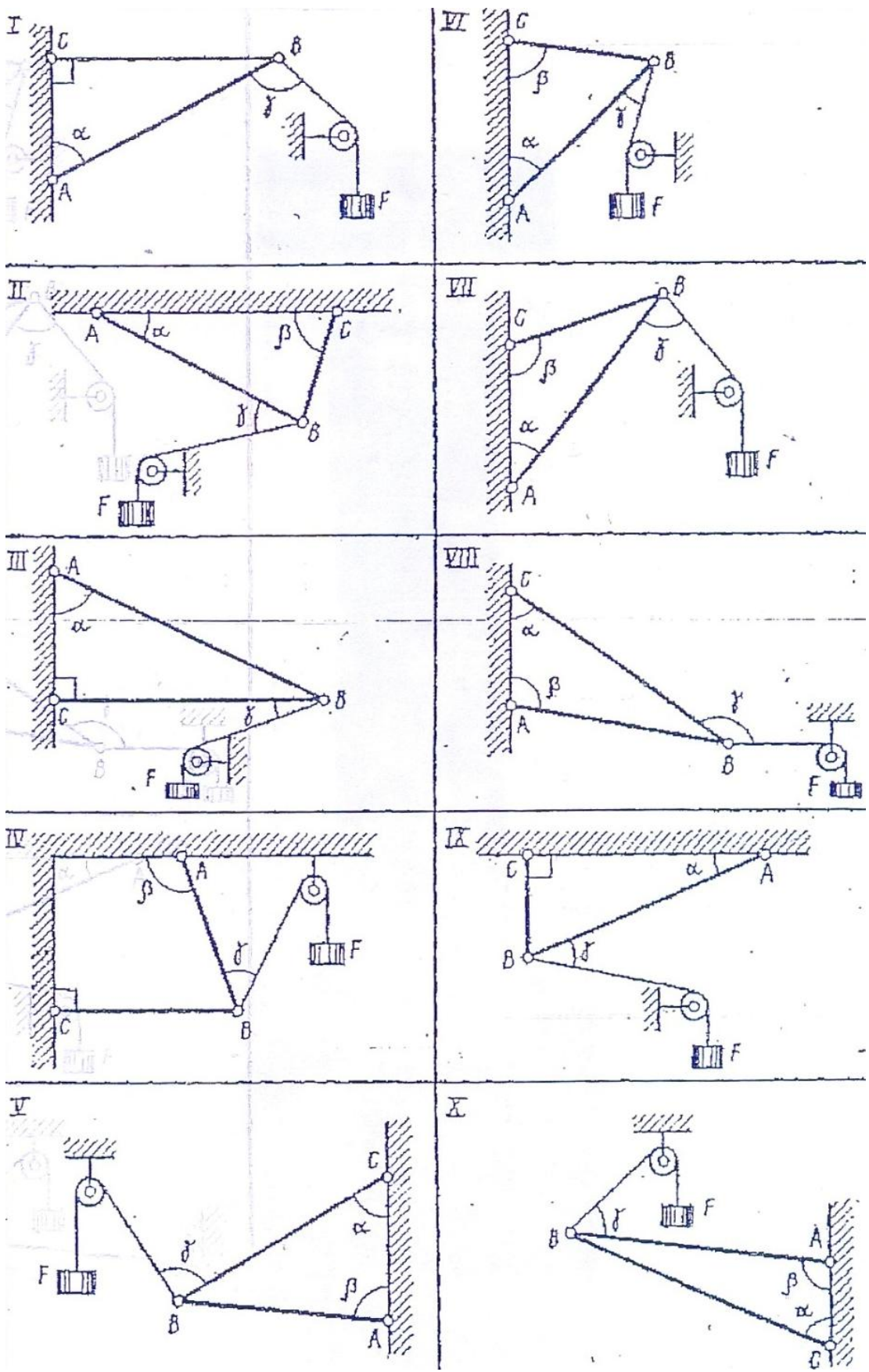
Величина усилий зависит от углов наклона стержня и нити. Например, если на рис.  $a$  угол  $70^\circ$  заменить на  $60^\circ$ , сохранив угол  $30^\circ$ , то усилия будут равны:  $S_1 = 20$  кН,  $S_2 = -34,64$  кН. А при угле  $50^\circ$   $S_1 = 29,26$  кН,  $S_2 = -44,8$  кН. Оба усилия растут и становятся больше веса груза.

**Задание:** Определить усилия в стержнях кронштейна от приложенной силы аналитическим способом. Выполнить проверку правильности решения. Трением в блоке пренебречь.

Данные взять из табл. 1

Таблица 1

Исходные данные	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
№ схемы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$F$ , кН	40	35	48	60	75	12	8	20	3	6
$\alpha$	60	30	50	90	50	50	40	45	20	45
$\beta$	90	70	90	100	80	70	120	110	90	115
$\gamma$	100	75	35	35	85	30	70	140	35	50



Цель: \_\_\_\_\_

Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение) \_\_\_\_\_

Компьютерная программа (если используется): Наименование программы \_\_\_\_\_

Рисунок:

Дано:

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Определить усилия в стержнях:

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Расчётная схема:

1 Выбираем объект, равновесие которого рассматриваем:

**точка** \_\_\_\_\_

2 Освобождаем объект от связей и прикладываем к рассматриваемому объекту равновесия все **активные**

\_\_\_\_\_ и  
**реактивные силы** \_\_\_\_\_

3 Проанализируем, полученную систему сил.

Тело находится в равновесии под действием плоской системы сходящихся сил (линии их действия пересекаются в центре) - **точка** \_\_\_\_\_

4 Выбираем систему координат - проводим оси «X» и «Y»

5 Составляем уравнения равновесия вида:

$\Sigma F_x = 0$  \_\_\_\_\_

$\Sigma F_y = 0$  \_\_\_\_\_

					<b>ПЗ 01. 23.02.06.</b>		
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>			
<i>Разраб.</i>						<i>Лит.</i>	<i>Лист</i>
<i>Провер.</i>		<i>Яковлева Г.Б.</i>					<i>Листов</i>
					Решение задач на равновесие сил в аналитической форме		
					Группа		

**Решение уравнений:** \_\_\_\_\_

Решив полученную систему уравнений, определяем усилия в стержнях (нитех).

6 Правильность полученных результатов проверить аналитически, поменяв при этом координатные оси

**Вывод:**

**Контрольные вопросы:**

1. Какое движение является простейшим? \_\_\_\_\_

2. Что называется материальной точкой? \_\_\_\_\_

3. Что называется системой? \_\_\_\_\_

4. Какое действие производят силы на реальные тела? \_\_\_\_\_

5. Какую систему сил образуют две силы, линии действия которых перекрещиваются? \_\_\_\_\_

6. Чему станет эквивалентна система сил, если к ней добавить уравнивающую силу? \_\_\_\_\_

7. При каком способе графического определения равнодействующей двух сил приходится выполнять меньшее число построений? \_\_\_\_\_

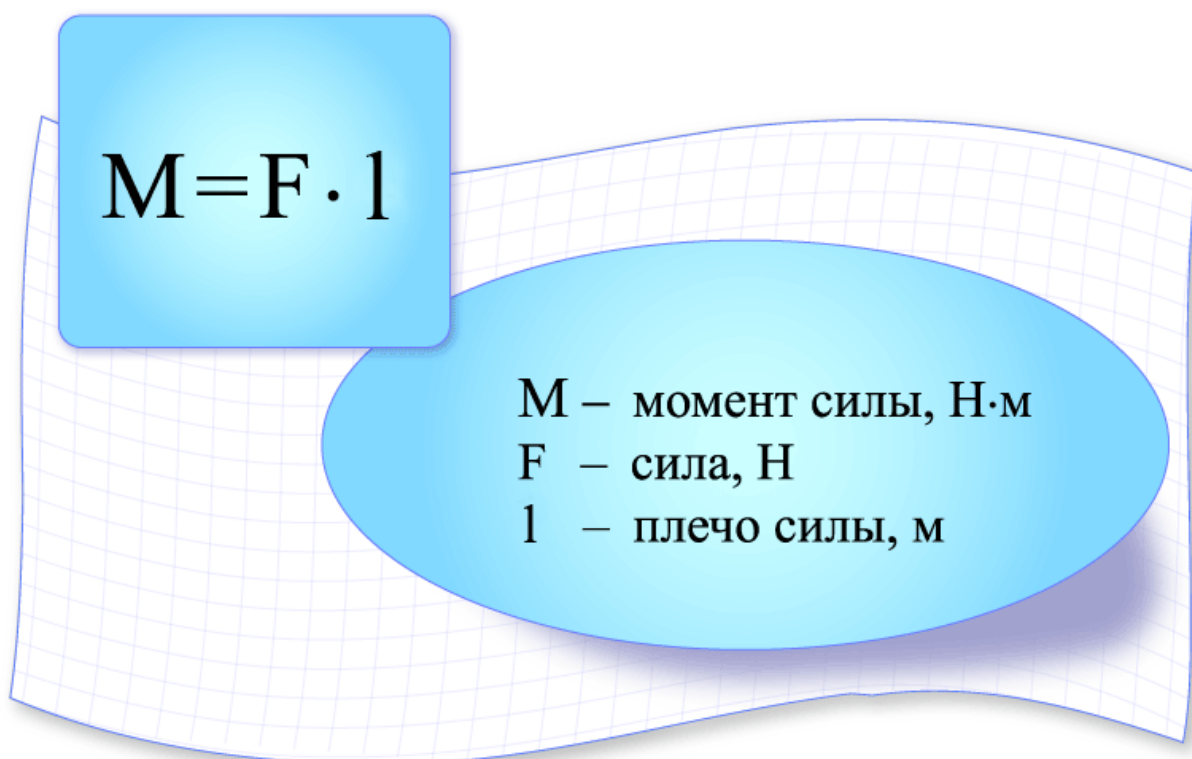
8. Почему силы действия и противодействия не могут взаимно уравниваться? \_\_\_\_\_

9. К чему приложена реакция опоры? \_\_\_\_\_

10. В каком случае задача на равновесие плоской системы сходящихся сил является статически определимой? \_\_\_\_\_

## Практическое занятие 2

### Определение главного вектора и главного момента произвольной плоской системы



## Практическое занятие 2

### Определение главного вектора и главного момента произвольной плоской системы

К выполнению задания необходимо приступить после изучения темы 1.3. Плоская система сил.

**Цель:** научиться приводить произвольную плоскую систему сил к точке, определяя величины главного вектора и главного момента системы.  
Образовательные результаты, соответствующие ФГОС: ОК 1 - ОК 8;  
ПК1.1; 1.2; 2.3; 3.2

### Краткое теоретическое обоснование

#### Приведение к точке плоской системы произвольно расположенных сил

Линии действия произвольной системы сил не пересекаются в одной точке, поэтому для оценки состояния тела такую систему следует упростить. Для этого все силы системы переносят в одну произвольно выбранную точку — точку приведения. Применяют теорему Пуансо. При любом переносе силы в точку, не лежащую на линии ее действия, добавляют пару сил.

Появившиеся при переносе пары называют *присоединенными* парами.

Дана плоская система произвольно расположенных сил (рис. 5.2).

Переносим все силы в точку  $O$ . Получим пучок сил в точке  $O$ , который можно заменить одной силой — *главным вектором системы*. Образующую систему пар сил можно заменить одной эквивалентной парой — *главным моментом системы*.

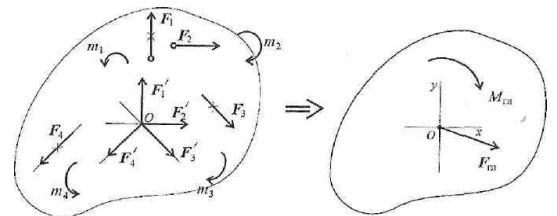


Рис. 5.2

**Главный вектор равен геометрической сумме** векторов произвольной плоской системы сил. Проецируем все силы системы на оси координат и, сложив соответствующие проекции на оси, получим проекции главного вектора.

$$F_{Глx} = \sum_0^n F_{kx}; \quad F_{Глы} = \sum_0^n F_{ky}.$$

По величине проекций главного вектора на оси координат находим модуль главного вектора:

$$F_{Гл} = \sqrt{F_{Глx}^2 + F_{Глы}^2}.$$

**Главный момент системы** сил равен алгебраической сумме моментов сил системы относительно точки приведения.

$$M_{ГлO} = m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n;$$
$$M_{ГлO} = \sum_0^n m_O(F_k).$$

**Таким образом, произвольная плоская система сил приводится к одной силе (главному вектору системы сил) и одному моменту (главному моменту системы сил)**

## Алгоритм выполнения

1. Проецируем все силы системы на оси координат и, сложив соответствующие проекции на оси, получим проекции главного вектора.

$$F_{\text{гл}x} = \sum_0^n F_{kx}; \quad F_{\text{гл}y} = \sum_0^n F_{ky}.$$

2. По величине проекций главного вектора на оси координат находим модуль главного вектора:

$$F_{\text{гл}} = \sqrt{F_{\text{гл}x}^2 + F_{\text{гл}y}^2}.$$

3. Определяем главный момент системы сил. Главный момент системы сил равен алгебраической сумме моментов сил системы относительно точки приведения.

$$M_{\text{гл}O} = m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n;$$

$$M_{\text{гл}O} = \sum_0^n m_O(F_k).$$

### Пример 1.

Найти момент присоединенной пары при переносе силы  $F_3$  в точку  $B$  (рис. 1).  
 $F_1 = 10 \text{ кН}$ ;  $F_2 = 15 \text{ кН}$ ;  $F_3 = 18 \text{ кН}$ ;  $a = 0,2 \text{ м}$ .

Решение

Используем теорему Пуансо.

$$M_B(F_3) = 18 \cdot 0,2 = 3,6 \text{ кН-м}.$$

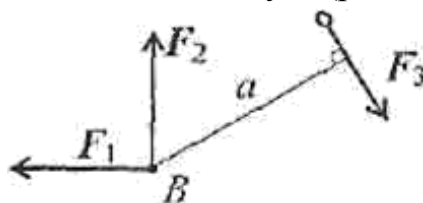


Рис 1

### Пример 2.

Найти главный вектор системы (рис.2).  $F_1 = 10 \text{ кН}$ ;  
 $F_2 = 16 \text{ кН}$ ;  $F_3 = 12 \text{ кН}$ ;  
 $m = 60 \text{ кН-м}$ .

Решение

Главный вектор равен геометрической сумме сил:

$$F_{\text{гл}x} = \sum_0^n F_{kx};$$

$$F_{\text{гл}x} = F_1 \cos 45^\circ - F_2 = -9 \text{ кН};$$

$$F_{\text{гл}y} = \sum_0^n F_{ky};$$

$$F_{\text{гл}y} = -F_1 \cos 45^\circ + F_3 = 5 \text{ кН};$$

$$F_{\text{гл}} = \sqrt{F_{\text{гл}x}^2 + F_{\text{гл}y}^2};$$

$$F_{\text{гл}} = \sqrt{(-9)^2 + 5^2} \approx 10 \text{ кН}.$$

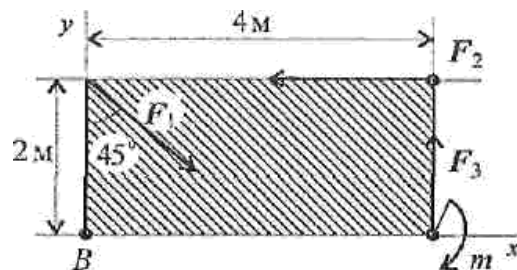


рис.2

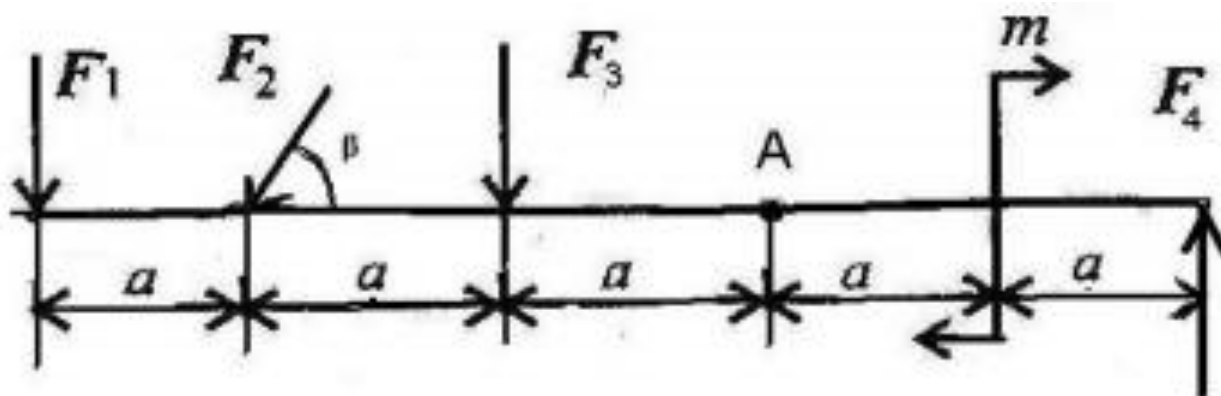


**Задание:** Определить величины главного вектора и главного момента произвольной плоской системы относительно точки А. Данные взять из таблицы 2, схема 2.

Таблица 2

Параметры	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$F_1, \text{Н}$	10	12	23	12	15	16	8	10	18	15
$F_2, \text{Н}$	13	14	18	16	17	10	15	14	15	17
$F_3, \text{Н}$	8	15	10	12	20	35	12	16	12	10
$F_4, \text{Н}$	15	6	4	20	25	15	30	25	30	23
$m, \text{Н.м}$	15	20	25	30	10	15	12	20	25	32
$a, \text{м}$	2	3	2	4	5	5	2	3	4	5
$\beta, \text{град}$	45	30	60	45	45	60	30	45	30	60

Схема 2



Цель: \_\_\_\_\_

Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение) \_\_\_\_\_

Рисунок:

Дано: \_\_\_\_\_

Определить: главный вектор и главный момент, действующей на него системы сил.

3. Проанализируем, полученную систему сил.  
4. Выбираем систему координат - проводим оси «X» и «Y»  
5. Проецируем все силы системы на оси координат и, сложив соответствующие проекции на оси, получим проекции главного вектора.

$$F_{ГЛx} = \sum_0^n F_{kx}; \quad F_{ГЛy} = \sum_0^n F_{ky}.$$

6. По величине проекций главного вектора на оси координат находим модуль главного вектора  $F_{ГЛ} = \sqrt{F_{ГЛx}^2 + F_{ГЛy}^2}$ .

7. Определяем главный момент системы сил. Главный момент системы сил равен алгебраической сумме моментов сил системы относительно точки приведения.

$$M_{ГЛO} = m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n;$$

$$M_{ГЛO} = \sum_0^n m_O(F_k).$$

8. Проверка правильности решения.

					<b>ПЗ 02. 23.02.06.</b>			
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дат</i>	<i>Определение главного вектора и главного момента произвольной плоской системы</i>	<i>Лит.</i>	<i>Лист</i>	<i>Листов</i>
<i>Разраб.</i>								
<i>Провер.</i>	<i>Яковиева</i>							
						<i>группа</i>		

**Контрольные вопросы:**

1. Чему равен главный вектор системы сил?\_\_\_\_\_

---

---

2. Чему равен главный момент системы сил при приведении ее к точке? \_\_\_\_\_

---

---

3. Тело движется равномерно и прямолинейно (равновесие). Чему равны главный вектор и главный момент системы? \_\_\_\_\_

---

---

4. Чем отличается главный вектор от равнодействующей плоской системы произвольно расположенных сил? \_\_\_\_\_

---

---

5. Что называется точкой приведения? \_\_\_\_\_

---

---

6. Какие пары сил называются присоединенными? \_\_\_\_\_

---

---

7. Меняется ли величина главного вектора при изменении положения точки приведения? \_\_\_\_\_

---

---

8. С помощью какой теоремы можно определить точку на плоскости относительно которой главный момент равен нулю? \_\_\_\_\_

---

---

9. Как принято обозначать равнодействующую сил? \_\_\_\_\_

---

---

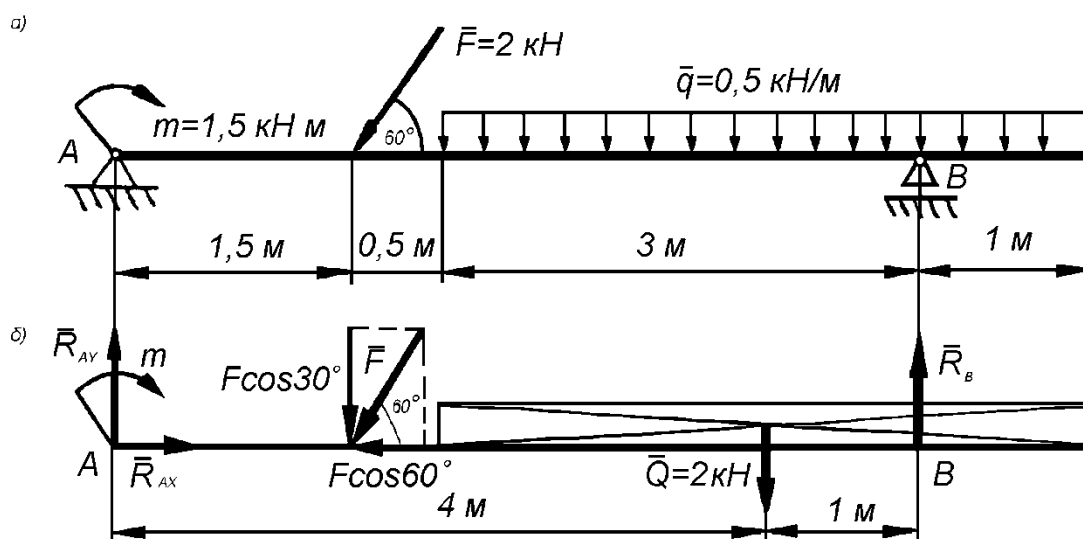
10. Меняется ли величина главного момента при изменении положения точки приведения? \_\_\_\_\_

---

---

Практическое занятие 3

Определение реакций в опорах балочных систем с проверкой правильности решения



## Практическое занятие 3

### Определение реакций в опорах балочных систем с проверкой правильности решения

К выполнению задания необходимо приступить после изучения темы 1.2. «Плоская система сил».

**Цель:** Уметь определять реакции в опорах балочных систем с проверкой правильности решения

Образовательные результаты, соответствующие ФГОС: ОК 1 - ОК 8;

ПК1.1; 1.2; 2.3; 3.2

### Краткое теоретическое обоснование

**Балка** — это элемент конструкции, который имеет длину гораздо больше поперечных размеров и несет на себе поперечные нагрузки.

При расчете балок на прочность при изгибе учитываются не только внешние нагрузки, но и реакции со стороны опор балок.

Существуют три типа балочных опор:

1) **шарнирно-подвижная** (рис. 1.28). Дает возможность балке вращаться вокруг центра шарнира и перемещаться в горизонтальном направлении. Для этой опоры известны точка приложения реакции (находится в центре шарнира) и направление реакции (направлена перпендикулярно поверхности опоры). Неизвестна только величина реакции;

2) **шарнирно-неподвижная** (рис. 1.29). Позволяет балке поворачиваться вокруг оси шарнира, но не дает возможности перемещаться в горизонтальном направлении. Для этой опоры известна только точка приложения реакции (находится в центре шарнира). Неизвестны величина и направление реакции. Поэтому для данной опоры необходимо найти две составляющие реакции:  $R_x$  и  $R_y$ ;

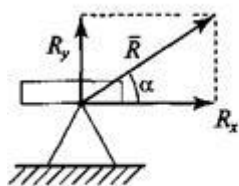


Рис. 1.29

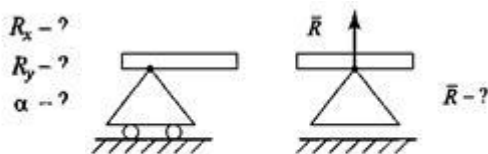


Рис. 1.28

3) **с жестким защемлением, или заделка** (рис. 1.30). Не позволяет балке ни поворачиваться, ни перемещаться. О реакции этой опоры ничего не известно. Поэтому для этой опоры необходимо найти три составляющие реакции:  $R_x$ ,  $R_y$ ,  $M$ .

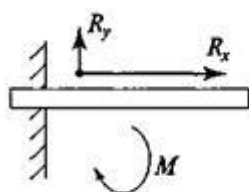


Рис. 1.30

**Момент пары сил.** Момент пары сил численно равен произведению модуля силы на расстояние между линиями действия сил (*плечо пары*). Момент считают положительным, если пара вращает тело по часовой стрелке  $M(F; F') = Fa$ ;  $M > 0$  Плоскость, проходящая через линии действия сил пары, называется

*плоскостью действия пары.*

## Свойства пар

1. Пару сил можно перемещать в плоскости ее действия.
2. Эквивалентность пар. Две пары, моменты которых равны, (рис. 5) эквивалентны (действие их на тело аналогично).
3. Сложение пар сил. Систему пар сил можно заменить равнодействующей парой. Момент равнодействующей пары равен алгебраической сумме моментов пар, составляющих систему (рис. 6)

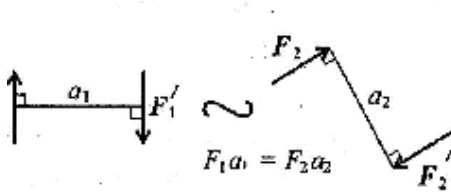


Рис. 5

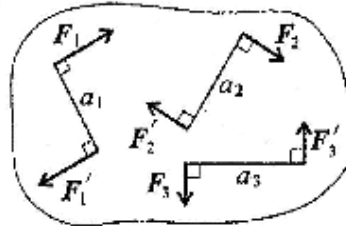


Рис. 6

$$M_{\Sigma} = F_1 a_1 + F_2 a_2 + F_3 a_3 + \dots + F_n a_n; \quad M_{\Sigma} = \sum_0^n m_k.$$

## 4. Равновесие пар.

Для равновесия пар необходимо и достаточно, чтобы алгебраическая сумма моментов пар системы равнялась нулю

$$M_{\Sigma} = 0 \implies \sum_0^n m_k = 0.$$

Составляются уравнения моментов относительно точек крепления балки. Поскольку момент силы, проходящей через точку крепления, равен 0, в уравнении останется одна неизвестная сила

Из уравнения  $\sum_0^n F_{kx} = 0$  определяется реакция  $R_{\theta_x}$

Из уравнения  $\sum_0^n m_{kA}(F_k) = 0$  определяется реакция  $H_{\theta_y}$

Из уравнения  $\sum_0^n m_{kB}(F_k) = 0$  определяется реакция  $R_{A_y}$

Для контроля правильности решения используется дополнительное уравнение

$$\sum_0^n F_{ky} = 0.$$

## Алгоритм выполнения

### 1. Заменяют распределённую нагрузку её равнодействующей

Для равномерно распределённой нагрузки равнодействующая равна произведению интенсивности нагрузки  $g$  на длину участка  $\ell$ , на котором она действует  $G = g\ell$

Перед решением задач рекомендуется уяснить и закрепить порядок нахождения равнодействующей и определения расстояний от неё до опор. При отсутствии навыков решения таких задач необходимо указывать положение равнодействующей относительно опор.

### 2. Обозначают опоры

Общепринято их обозначать буквами А и В. Простая балка имеет одну шарнирно – неподвижную и вторую шарнирно – подвижную опору.

### 3. Освобождают от опор и заменяют их действие на балку реакциями.

В задачах на балку действуют только вертикальные нагрузки и сосредоточенные моменты. Реакции опор при нагрузке будут только вертикальными. Обычно их направляют вверх (против действия основной нагрузки) и обозначают реакцию опор

А -  $R_A$ , В -  $R_B$

### 4. Составляют уравнения равновесия вида: $\Sigma M_A = 0$ , $\Sigma M_B = 0$

Напомним, что моментом силы относительно точки называется произведение этой силы на плечо – кратчайшее расстояние от этой точки приложения силы (в общем случае до линии действия силы).

Если сила стремится повернуть балку относительно рассматриваемой точки по часовой стрелке, то будем считать её момент положительным, а если против – отрицательным.

**Сосредоточенный момент не умножается на расстояние до опоры, а правило знаков остаётся тем же, что для момента силы.**

**Выполняют проверку решения:** Для этого составляют уравнение равновесия:

$$\Sigma F_y = 0$$

**Пример 1:** Определение реакций в опорах балочных систем под действием сосредоточенных сил и пар

**Задание:** Определить величины реакций в опоре зашпеченной балки. Провести проверку правильности решения.

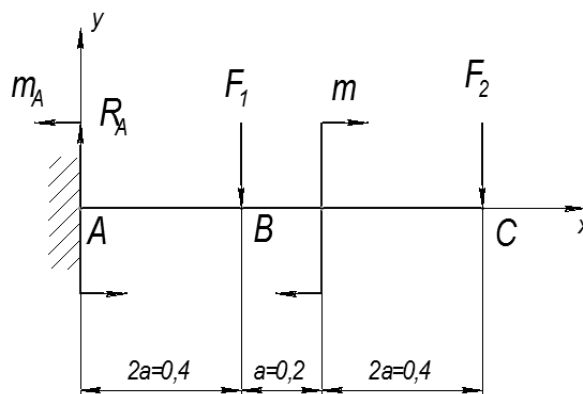
Дано:

$$F_1 = 10 \text{ кН};$$

$$F_2 = 4,4 \text{ кН};$$

$$m = 14 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$a = 0,2 \text{ м}.$$



**Решение:**

Составим уравнения равновесия балки:

$$\sum M_A(\vec{F}_i) = 0:$$

$$m + F_1 \cdot 2a + F_2 \cdot 5a - m_A = 0;$$

$$m_A = m + F_1 \cdot 2a + F_2 \cdot 5a = 14 + 10 \cdot 0,4 + 4,4 \cdot 1 = 22,4 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$\sum M_C(\vec{F}_i) = 0:$$

$$m - m_A + R_A \cdot 5a - F_1 \cdot 3a = 0;$$

$$R_A = \frac{m_A - m + F_1 \cdot 3a}{5a} = \frac{22,4 - 14 + 10 \cdot 3 \cdot 0,2}{5 \cdot 0,2} = 14,4 \text{ кН};$$

**Проверка:**

Для проверки используем уравнение  $\sum F_{iy} = 0: R_A - F_1 - F_2 = 0 \quad 14,4 - 10 - 4,4 = 0$  (верно)

**Пример 2.** На двухопорную балку действуют сосредоточенные силы и моменты (рис. 30.4). Определить реакции опор и выполнить проверку правильности решения. Определяем опорные реакции балки. Для их определения используем систему уравнений равновесия, составляем два уравнения моментов относительно шарнирных опор. Затем проводим проверку  $\sum F_{iy} = 0$  правильности решения по уравнению.

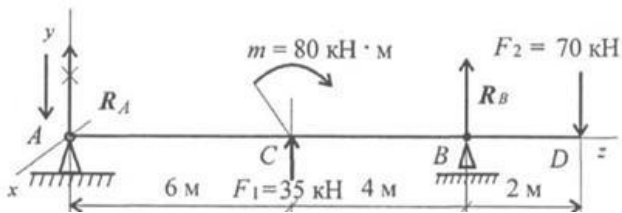


Рис. 30.

**Решение:**

1. Определение реакций в опорах.

Уравнения равновесия:  $\sum m_A = 0$

$$- F_1 \cdot 6 + m - R_B \cdot 10 + F_2 \cdot 12 = 0;$$

$$- 35 \cdot 6 + 80 - R_B \cdot 10 + 70 \cdot 12 = 0;$$

$$R_B \cdot 10 = - 210 + 80 + 840;$$

$$R_B = 71 \text{ кН.}$$

$$\sum m_B = 0; R_A \cdot 10 + F_1 \cdot 4 + m + F_2 \cdot 2 = 0;$$

$$R_A \cdot 10 + 80 + 35 \cdot 4 + 70 \cdot 2 = 0$$

$$R_A \cdot 10 = - 80 - 140 - 140 = - 360$$

$$R_A = - 36 \text{ кН.}$$

Реакция в опоре направлена в обратную сторону.

**Проверка:**  $\sum F_y = 0; - R_A + F_1 + R_B - F_2 = 0; - 36 + 35 + 71 - 70 = 0.$

Реакции определены верно.



**Пример 3.** Расчет двухопорной балки. Двухопорная балка нагружена равномерно распределенной нагрузкой (рис. 31.2).

**Решение**

При определении реакций в опоре равномерно распределенную нагрузку можно заранее заменить равнодействующей сосредоточенной силой:  $G = ql$ ;  $q = 4$  кН/м;  $G = 4 \cdot 6 = 24$  кН (рис. 31.2).

Определяем реакции в опорах балки.

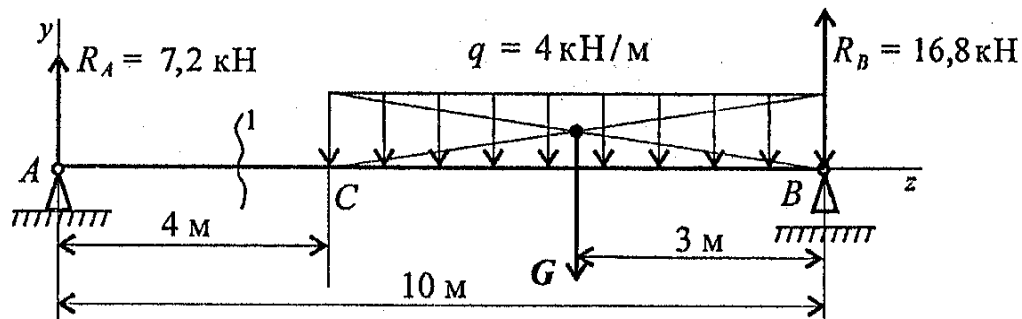


Рис. 31.2

$$\sum m_A = 0; G \cdot 7 - R_B \cdot 10 = 0; R_B = \frac{G \cdot 7}{10}; R_B = \frac{24 \cdot 7}{10} = 16,8 \text{ кН.}$$

$$\sum m_B = 0; R_A \cdot 10 - G \cdot 3 = 0; R_A = \frac{G \cdot 3}{10}; R_A = \frac{24 \cdot 3}{10} = 7,2 \text{ кН.}$$

Проверка:  $\sum F_y = 0; R_A - G + R_B = 0; 7,2 - 24 + 16,8 = 0.$

Реакции определены верно.

**Задание** Определить величины реакций в опорах балочных систем под действием сосредоточенных сил и распределенной нагрузки. Провести проверку правильности решения. Данные взять из таблицы 2, схема 2 - одноопорной балки (заделка) и таблицы 3, схема 3- для двухопорной балки с шарнирными опорами

Таблица 2

Исходные данные	вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
№ схемы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Угол $\alpha^0$	55	75	30	18	25	65	75	45	39	27
$a_1, \text{м}$	0,7	2	2,5	0,7	2,0	1,7	0,8	1,2	1,2	0,5
$a_2, \text{м}$	0,8	0,6	0,5	2	4,5	0,3	2,2	1,2	0,8	1,3
$a_3, \text{м}$	1,5	0,8	0,7	0,5	-	1,2	1,5	2,6	2,5	2,2

Схема 2

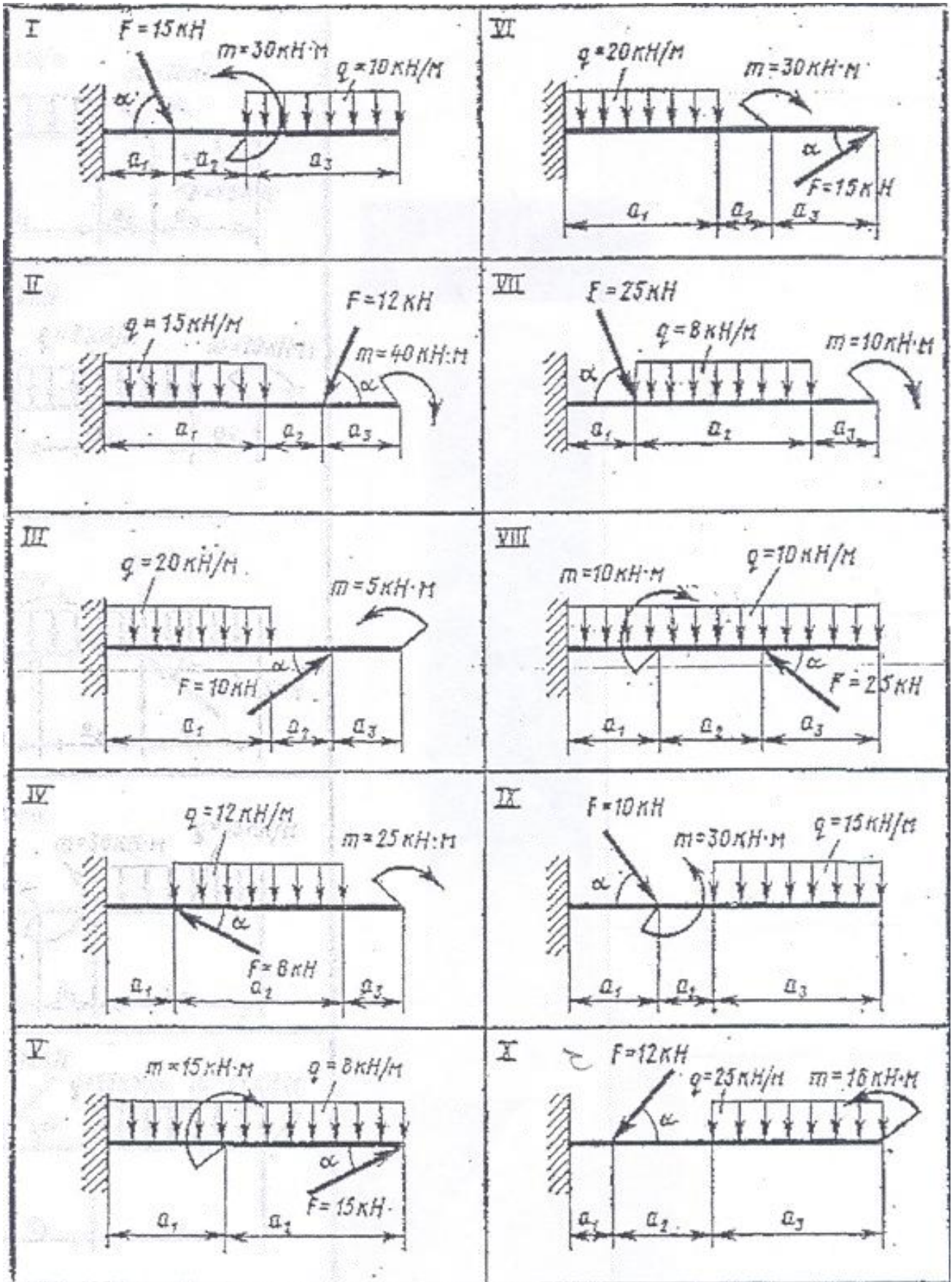
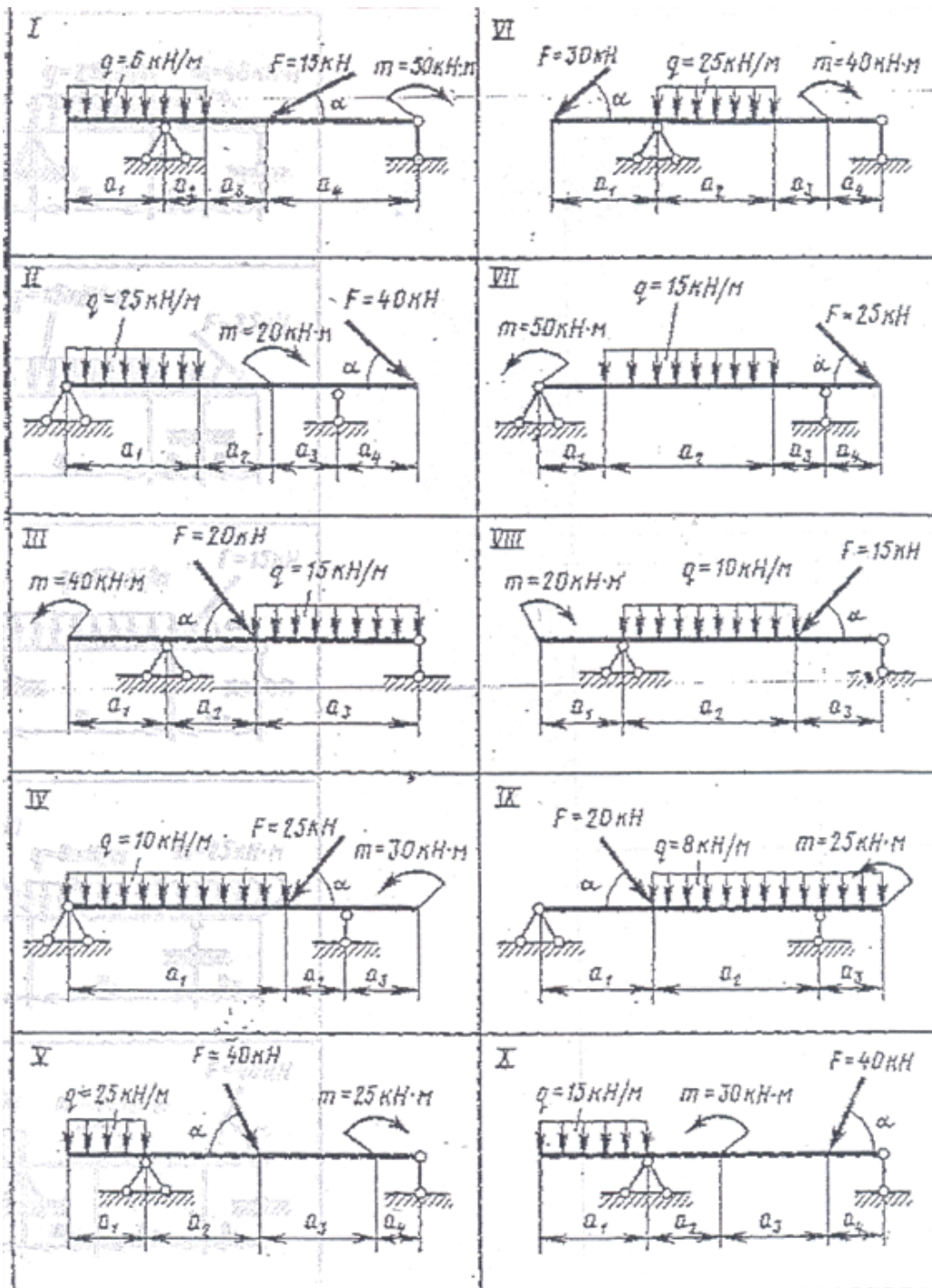


Таблица 3

Исходные данные	вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
№ схемы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Угол $\alpha^0$	30	27	55	75	65	30	45	32	27	80
$a_1, \text{м}$	1,2	2,5	1,5	3,0	1,2	1,1	1,2	1,5	1,8	1,5
$a_2, \text{м}$	0,5	1,2	1,2	0,8	1,5	2,5	3,0	2,5	2,2	0,8
$a_3, \text{м}$	0,8	0,8	2,5	1,2	1,5	0,7	0,5	1,5	0,7	1,5
$a_4, \text{м}$	2,5	1,2	-	-	0,5	0,7	0,8	-	-	0,6

Схема 3



Цель: \_\_\_\_\_

Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение) \_\_\_\_\_

Компьютерная программа (если используется): Наименование программы \_\_\_\_\_

Рисунок: Дано: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Определить реакции в заделке: **A**

Расчётная схема:

- 1 Выбираем объект, равновесие которого рассматриваем: **балка**  
Обозначаем опору **A**
- 2 Заменяем распределённую нагрузку её равнодействующей  $G = g\ell$  (если такая нагрузка имеется)  
 $G =$  \_\_\_\_\_
- 3 Освобождаем от опор и заменяем их действие на балку реакциями. **M<sub>A</sub>; R<sub>A</sub>; H**

4 Проанализируем, полученную систему сил.

5 Выбираем систему координат - проводим оси «X» и «Y»

6 Составляем уравнения равновесия вида:

$$\Sigma F_x = 0, \quad \Sigma F_y = 0, \quad \Sigma M_A = 0$$

Решение уравнений:

**Выполняем проверку решения:** Для этого составляют уравнение равновесия относительно мнимой точки (B)

$$\Sigma M_{(B)} = 0$$

Вывод: \_\_\_\_\_

					<b>ПЗ 03. 23.02.06.</b>		
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата			
Разраб.						Лит.	Лист
Провер.	Яковцева Г.Б.						Листов
					Определение реакций в опорах балочных систем с проверкой правильности решений		28
							группа

**Рисунок:**

**Дано:**

---

---

---

**Определить реакции в опорах: А-В**

---

---

**Расчётная схема:**

1 Выбираем объект, равновесие которого рассматриваем: **балка**  
Обозначаем опоры **А-В**

2 Заменяем распределённую нагрузку её равнодействующей  $G = g\ell$  (если такая нагрузка имеется)  $G =$  \_\_\_\_\_

3 Освобождаем балку от опор и заменяем действие на балку реакциями.

**$R_A; R_B; H$**

4 Проанализируем, полученную систему сил.

5 Выбираем систему координат - проводим оси «Х» и «У»

6 Составляем уравнения равновесия вида:

$$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_y = 0, \quad \Sigma M_A = 0, \quad \Sigma M_B = 0$$

**Решение уравнений**

**Выполняем проверку решения:** Для этого составляют уравнение равновесия:

$$\Sigma F_y = 0$$

**Вывод:**

---

					<b>ПЗ 03. 23.02.06</b>	Лист
						29
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

**Контрольные вопросы:**

1. Что называется плечом пары? \_\_\_\_\_

2. Чтобы определить эффект действия пары сил, надо знать? \_\_\_\_\_

3. Пару сил можно уравновесить...? \_\_\_\_\_

4. Зависит ли величина и направление момента силы относительно точки от взаимного расположения этой точки и линии действия силы? \_\_\_\_\_

5. Для чего используется рычаг? \_\_\_\_\_

6. Какую из форм уравнений равновесия целесообразно использовать при определении реакций в заделке? \_\_\_\_\_

7. Когда момент силы относительно точки положителен? \_\_\_\_\_

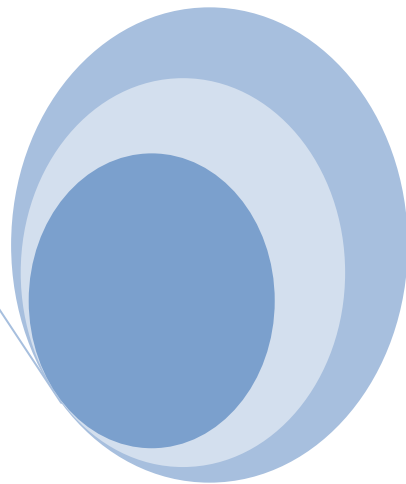
8. Какую из форм уравнений равновесия целесообразно использовать при определении реакций в опорах двухопорной балки и почему? \_\_\_\_\_

9. Что вызывает пара сил? \_\_\_\_\_

10. Можно ли перемещать пару сил в плоскости ее действия? \_\_\_\_\_

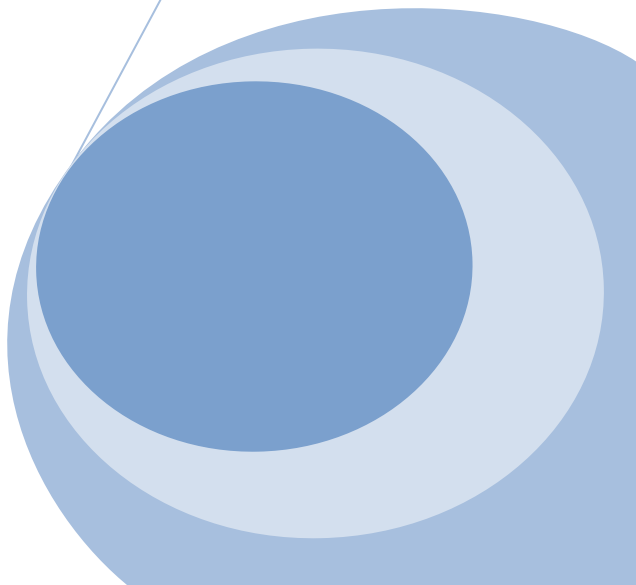
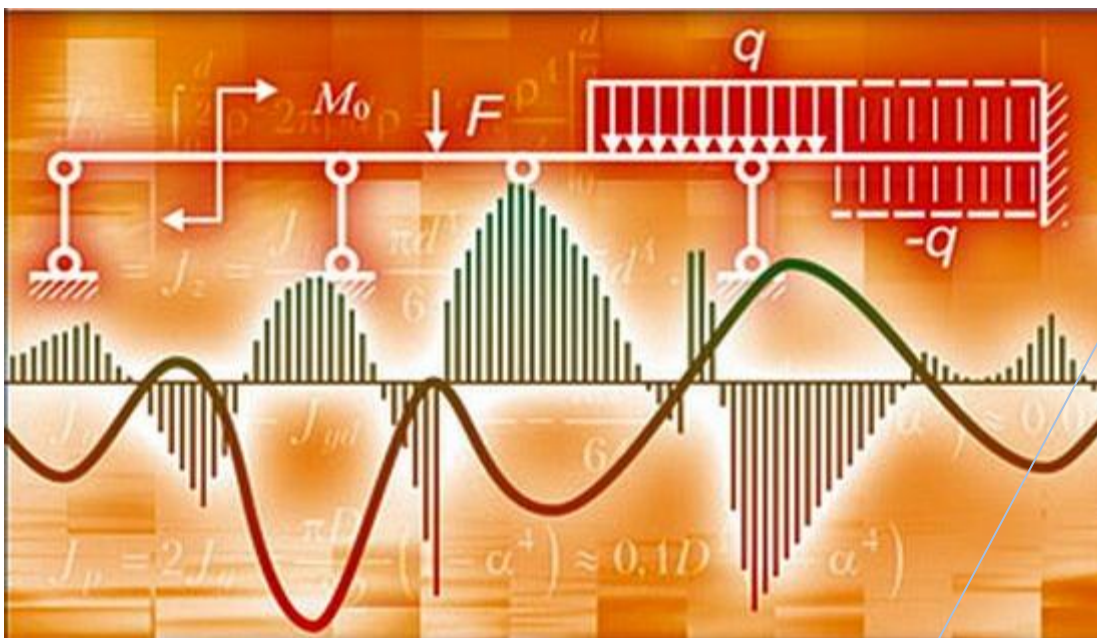
					<b>ПЗ 03. 23.02.06</b>	<i>Лист</i>
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>		30





## Раздел 4

# СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

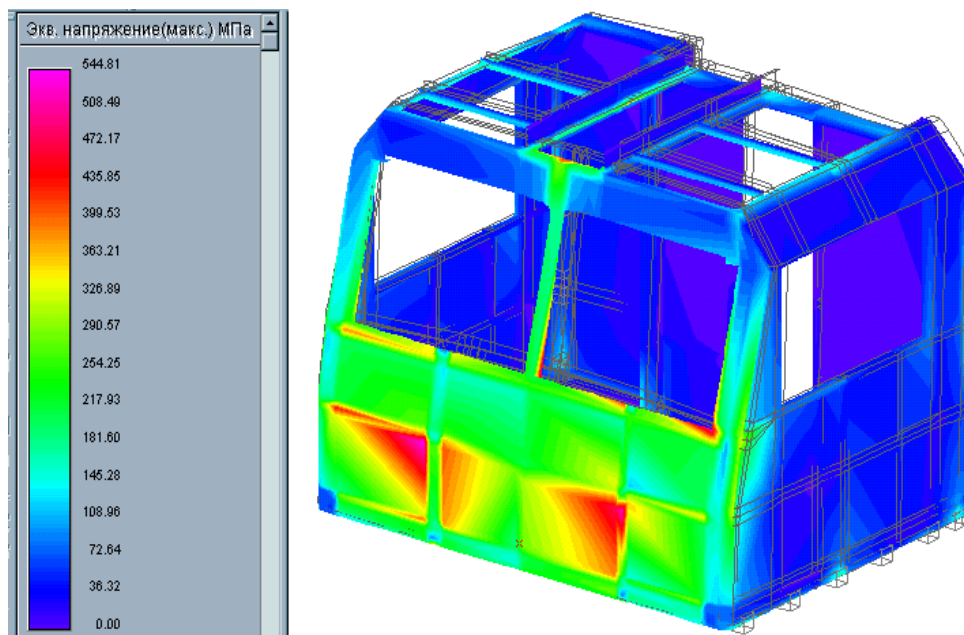


ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ  
ИМПЕРАТОРА АЛЕКСАНДРА I»  
(ФГБОУ ВО ПГУПС)  
ПЕТРОЗАВОДСКИЙ ФИЛИАЛ

## Практическое занятие 4

Выполнение расчетов на прочность при растяжении и сжатии





## Практическое занятие 4

### Выполнение расчетов на прочность при растяжении и сжатии

К выполнению задания необходимо приступить после изучения темы 4.2.  
Растяжение и сжатие.

**Цель:** Уметь проводить проектировочные и проверочные расчеты на прочность при растяжении и сжатии.

Образовательные результаты, соответствующие ФГОС: ОК 1 - ОК 8;  
ПК1.1; 1.2;.2.3;3.2

#### Краткое теоретическое обоснование

Расчеты на прочность ведутся по условиям прочности - неравенствам, выполнение которых гарантирует прочность детали при данных условиях.

Для обеспечения прочности расчетное напряжение не должно превышать допускаемого напряжения:

$$\sigma \leq [\sigma], \text{ где } \sigma = \frac{N}{A}; \quad [\sigma] = \frac{\sigma_{пред}}{[s]}.$$

Расчетное напряжение  $\sigma$  зависит от нагрузки и размеров поперечного сечения, допускаемое только от материала детали и условий работы.

Существуют три вида расчета на прочность.

1. **Проектировочный расчет** - задана расчетная схема и нагрузки; материал или размеры детали подбираются:

- определение размеров поперечного сечения:

$$A \geq \frac{N}{[\sigma]};$$

- подбор материала

$$\sigma_{пред} \geq \frac{N[s]}{A};$$

по величине  $\sigma_{пред}$  можно подобрать марку материала.

2. **Проверочный расчет** - известны нагрузки, материал, размеры детали; необходимо проверить, обеспечена ли прочность.

Проверяется неравенство

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma].$$

3. **Определение нагрузочной способности** (максимальной нагрузки):  $[N] = [\sigma]A$ .

## Алгоритм выполнения

**1. Определить нагрузку на стержни.** Рассмотрим равновесие точки  $B$ , определим реакции стержней. По пятой аксиоме статики (закону действия и противодействия) реакция стержня численно равна нагрузке на стержень.

**2. Наносим реакции связей.**

**3. Выбираем систему координат** так, чтобы одна из осей координат совпала с неизвестной силой.

**4. Составляем систему уравнений равновесия**

**5. Решаем систему уравнений и определяем реакции стержней**

**6. Определяем требуемую площадь** поперечного сечения стержней из условий прочности  $\sigma = \frac{N}{A}$ , где  $N$  - продольная сила;  $A$  - площадь поперечного сечения

**Пример 1.** Груз закреплен на стержнях и находится в равновесии (рис. Пб.1). Материал стержней - сталь, допускаемое напряжение 160 МПа. Вес груза 100 кН. Длина стержней: первого - 2 м, второго - 1 м. Определить размеры поперечного сечения и удлинение стержней. Форма поперечного сечения - круг.

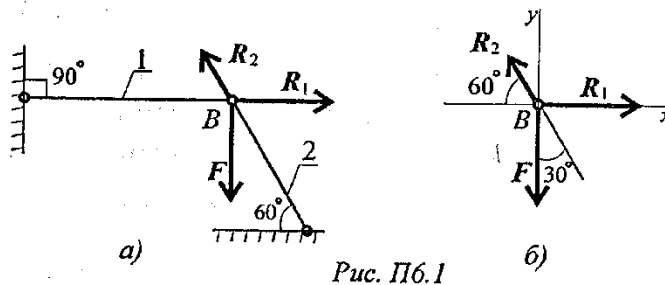


Рис. Пб.1

### Решение

1. Определить нагрузку на стержни. Рассмотрим равновесие точки  $B$ , определим реакции стержней. По пятой аксиоме статики (закону действия и противодействия) реакция стержня численно равна нагрузке на стержень.

Наносим реакции связей, действующих в точке  $B$ . Освобождаем точку  $B$  от связей (рис. Пб.1).

Выбираем систему координат так, чтобы одна из осей координат совпала с неизвестной силой (рис. Пб.1б).

Составим систему уравнений равновесия для точки  $B$ :

$$\begin{aligned}\sum F_x &= -R_2 \cos 60^\circ + R_1 = 0; \\ \sum F_y &= R_1 \cos 30^\circ - F = 0;\end{aligned}$$

Решаем систему уравнений и определяем реакции стержней.

$$\begin{aligned}R_2 &= \frac{F}{\cos 30^\circ}; & R_2 &= \frac{100}{0,866} = 115,5 \text{ кН.} \\ R_1 &= R_2 \cos 60^\circ; & R_1 &= 115,5 \cdot 0,5 = 57,4 \text{ кН.}\end{aligned}$$

Направление реакций выбрано верно. Оба стержня сжаты. Нагрузки на стержни:  $F_1 = 57,4$  кН;  $F_2 = 115,5$  кН.

2. Определяем требуемую площадь поперечного сечения стержней из условий прочности.

Условие прочности на сжатие:  $\sigma = N/A \leq [\sigma]$ , откуда

$$A = \frac{N}{[\sigma]}.$$

Стержень 1 ( $N_1 = A_1$ ):

$$A_1 \geq \frac{57,4 \cdot 10^3}{160} = 358,75 \text{ мм}^2.$$

Для круга

$$A = \pi R^2; \quad R = \sqrt{\frac{A}{\pi}}; \quad R_1 \geq \sqrt{\frac{358,75}{3,14}} = 10,68 \text{ мм}; \quad d_1 = 21,3 \text{ мм}.$$

Стержень 2 ( $N_2 = F_2$ ):

$$A_2 \geq \frac{115,1 \cdot 10^3}{160} = 722 \text{ мм}^2; \quad R_2 \geq \sqrt{\frac{722}{3,14}} = 15,2 \text{ мм}; \quad d_2 = 30,4 \text{ мм}.$$

Полученные диаметры округляем:  $d_1 = 25 \text{ мм}$ ,  $d_2 = 32 \text{ мм}$ .

3. Определяем удлинение стержней  $\Delta l = \frac{Nl}{AE}$ .

Укорочение стержня 1:

$$A_1 = \frac{\pi d_1^2}{4}; \quad A_1 = \frac{3,14 \cdot 25^2}{4} = 490 \text{ мм}^2;$$

$$\Delta l_1 = \frac{57,4 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 490} = 1,17 \text{ мм}.$$

Укорочение стержня 2:

$$A_2 = \frac{3,14 \cdot 32^2}{4} = 804 \text{ мм}^2;$$

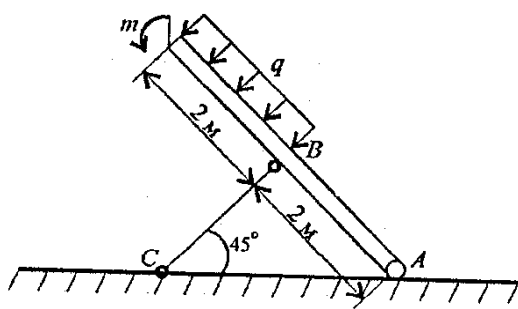
$$\Delta l_2 = \frac{115,5 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 804} = 0,72 \text{ мм}.$$

**Задание 2.** Балка  $AB$ , на которую действуют указанные нагрузки, удерживается в равновесии тягой  $BC$ . Определить размеры поперечного сечения тяги для двух случаев: 1) сечение - круг; 2) сечение - уголок равнополочный по ГОСТ 8509-86. Принять  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ . Собственный вес конструкции не учитывать. Данные взять из таблицы 4, схема 4.

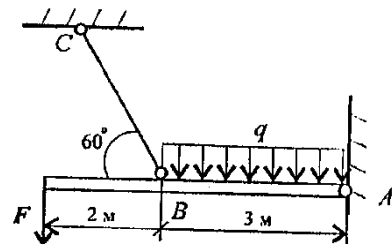
Таблица 4

Параметр	вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$F$ , кН	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
$m$ , кН·м	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
$q$ , кН/м	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22

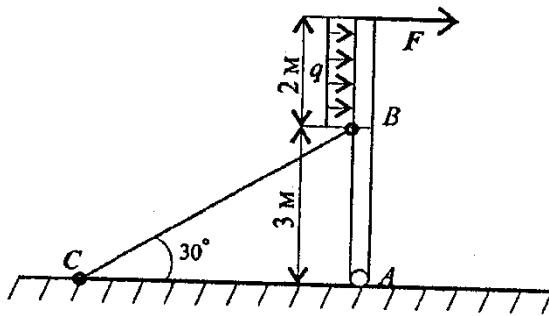
Схема 4



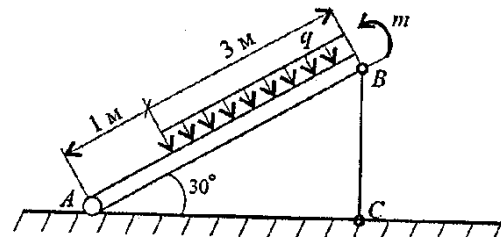
вариант 1 - 5



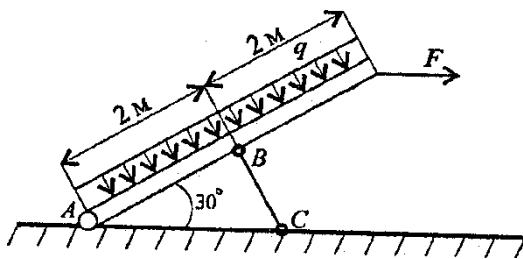
Вариант 6 - 10



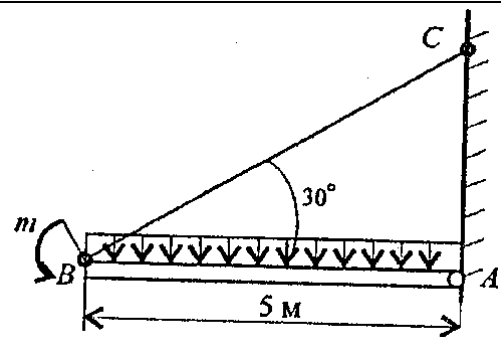
вариант 11 - 15



вариант 16- 20



вариант 21 - 25



вариант 26 - 30

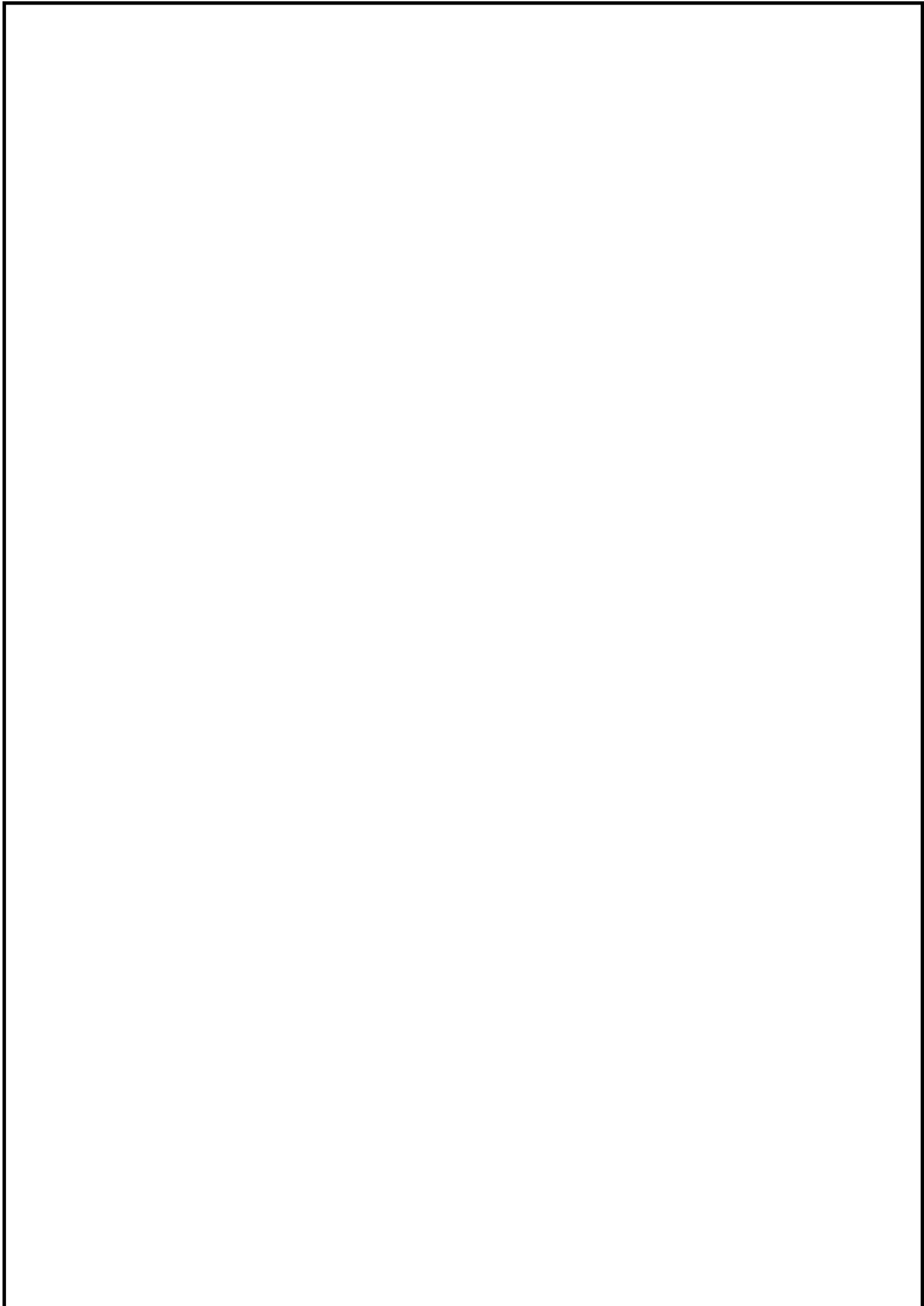
**Цель:** \_\_\_\_\_  
**Оборудование** (приборы, материалы, дидактическое обеспечение) \_\_\_\_\_

**Дано:** \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

**Определить:** \_\_\_\_\_

**Решение:**

					<b>ПЗ 04. 23.02.06.</b>			
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>				
<i>Разраб.</i>					<i>Выполнение расчетов на прочность при растяжении и сжатии</i>	<i>Лит.</i>	<i>Лист</i>	<i>Листов</i>
<i>Провер.</i>	<i>Г.Б.Яковлева</i>							
						<i>группа</i>		
						<b>37</b>		



					<b>ПЗ 04. 23.02.06.</b>	<i>Лист</i>
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>		38

**Контрольные вопросы:**

1. Какое явление называют текучестью? \_\_\_\_\_

2. Почему полученные при испытаниях механические характеристики носят условный характер? \_\_\_\_\_

3. Перечислите характеристики прочности.

4. В чем различие между предельным и допускаемым напряжениями?

5. Назовите условие прочности по предельному состоянию при растяжении. \_\_\_\_\_

6. Как определяется расчетное сопротивление материала?

7. Какие деформации называются упругими, а какие остаточными?

8. Что характеризует жесткость при растяжении (сжатии)? \_\_\_\_\_

9. Что характеризует произведение  $E\Delta$  при растяжении (сжатии)? \_\_\_\_\_

10. Что определяют по формуле  $\sigma = \frac{N}{A}$ ,

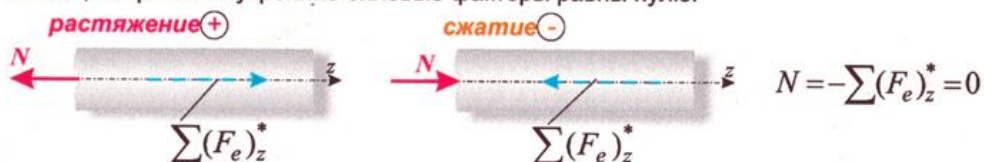
					<b>ПЗ 04. 23.02.06.</b>	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		39

Практическое занятие 5

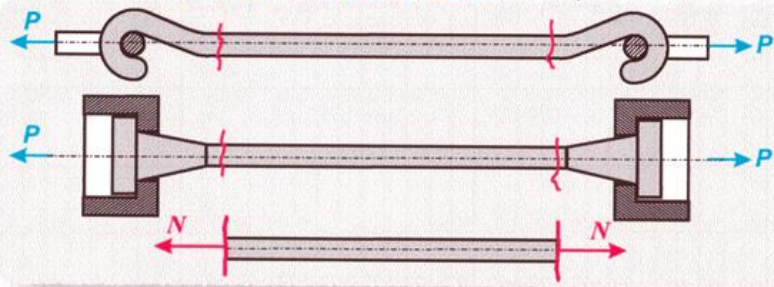
Построение эпюр продольных сил, нормальных напряжений и перемещений.

РАСТЯЖЕНИЕ - СЖАТИЕ

При растяжении или сжатии в поперечных сечениях возникает только нормальная сила  $N$ , а прочие внутренние силовые факторы равны нулю.



Нормальная сила, соответствующая деформации **растяжения**, принимается **положительной** и направлена от сечения, а **сжатия** - **отрицательной** и направлена к сечению.



ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮРЫ НОРМАЛЬНЫХ СИЛ

График закона изменения нормальной силы по длине стержня называется **эпюрой нормальной силы ЭН**



## Практическое занятие 5

### Построение эпюр продольных сил, нормальных напряжений и абсолютных перемещений.

К выполнению задания необходимо приступить после изучения темы 4.2.  
Растяжение и сжатие.

**Цель:** научиться строить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине бруса. Определить перемещение свободного конца бруса.  
Образовательные результаты, соответствующие ФГОС: ОК 1 - ОК 8;  
ПК1.1; 1.2;.2.3;3.2

#### Краткое теоретическое обоснование

При работе бруса на растяжение (сжатие) в его поперечных сечениях возникает продольная сила  $N$ . Продольная сила в произвольном поперечном сечении бруса численно равна алгебраической сумме проекций на его продольную ось всех внешних сил, приложенных по одну сторону от проведенного сечения.

Для расчета на прочность и определение перемещений поперечных сечений бруса надо знать закон изменения продольных сил по его длине.

При растяжении продольную силу будем считать положительной, при сжатии – отрицательной.

**Условие прочности при растяжении и сжатии** имеет вид:

$$\sigma = N / A \leq [\sigma],$$

где  $\sigma$ ,  $N$  – соответственно нормальное напряжение и продольная сила в опасном сечении (т.е. сечении, в котором возникают наибольшие напряжения);

$A$  – площадь поперечного сечения бруса;  $[\sigma]$  – допускаемое напряжение.

Исходя из условия прочности, можно решать три вида задач: 1. Проверка прочности. 2. Подбор сечения  $A \geq N / [\sigma]$ . 3. Определение допускаемой нагрузки  $[N] \leq [\sigma] F$ . Продольные деформации при осевом растяжении и сжатии определяются по закону Гука:  $\varepsilon = \sigma / E$ , где  $\sigma$  – напряжение в поперечном сечении;

$E$  – модуль продольной упругости. Абсолютные удлинения (укорочения) стержней при осевом растяжении (сжатии) определяются по формуле:  $\Delta l = Nl / (EA)$

Учитывая, что  $N / A = \sigma$ , формулу для абсолютного удлинения  $\Delta l$  можно представить в виде  $\Delta l = \sigma l / E$ .

В таком виде формула удобна в тех случаях, когда предварительно определены напряжения.

Для ступенчатого бруса удлинение (укорочение) определяются по формуле

$$\Delta l = \sum \Delta l_i = \sum N_i l_i / E$$
$$A_i = \sum \sigma_i l_i / E,$$

где  $N_i$ ,  $l_i$ ,  $A_i$  – соответственно продольная сила, длина и площадь сечения в пределах каждого участка стержня

## Алгоритм выполнения

**1. Определить нагрузку на стержни.** Рассмотрим равновесие точки  $B$ , определим реакции стержней. По пятой аксиоме статистики (закону действия и противодействия) реакция стержня численно равна нагрузке на стержень.

**2. Наносим реакции связей.**

**3. Выбираем систему координат** так, чтобы одна из осей координат совпала с неизвестной силой.

**4. Составляем систему уравнений равновесия**

**5. Решаем систему уравнений и определяем реакции стержней**

**6. Определяем требуемую площадь** поперечного сечения стержней из условий прочности  $\sigma = \frac{N}{A}$ , где  $N$  - продольная сила;  $A$  - площадь поперечного сечения

**7. Определяем удлинение стержней**  $\Delta l = \frac{\sigma \cdot l}{E}$  или  $\Delta l = \frac{Nl}{AE}$ ,

$E$  - модуль упругости;  $l$  - начальная длина стержня.

**8. Определяем коэффициент запаса прочности**  $[\sigma] = \frac{\sigma_{пред}}{[\sigma]}$ ,

$[\sigma]$  - допускаемый запас прочности.

**Пример 2** Для заданного стального бруса (сталь Ст.3 с  $\sigma_T = 240 \text{ Н/мм}^2$ ) требуется:

1. Построить эпюры продольных сил, нормальных напряжений и абсолютных перемещений по длине бруса;
2. С помощью принципа суперпозиции определить удлинение (укороченное) бруса;
3. Определить коэффициент запаса прочности

Дано:

$$F_1 = 30 \text{ кН}$$

$$F_2 = 60 \text{ кН}$$

$$F_3 = 10 \text{ кН}$$

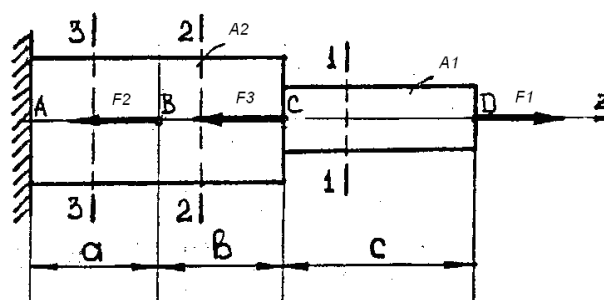
$$A_1 = 200 \text{ мм}^2$$

$$A_2 = 400 \text{ мм}^2$$

$$a = 0,3 \text{ м}$$

$$b = 0,4 \text{ м}$$

$$c = 0,7 \text{ м}$$



**Решение:**

**1. Построение эпюры продольных сил.**

Изображаем расчетную схему и определяем реакцию опоры в заделке, которую направляем с внешней стороны заделки

Если в результате определения реакции  $R_A$  окажется отрицательной, то это указывает на то, что ее направление противоположно. Ступенчатый брус под действием сил  $F_1$ ,  $F_3$ ,  $F_2$  и реакции  $R_A$  находятся в равновесии, поэтому для определения  $R_A$  достаточно составить одно уравнение проекций всех сил на ось  $z$ , совпадающую с осью бруса.

$$\Sigma F_z = F_1 - F_3 - F_2 - R_A = 0$$

Разграничим брус на участки. Границами участков являются сечения, в которых приложены внешние силы, а для напряжений также и места изменения размеров поперечного сечения.

Пользуясь методом сечений, определяем для каждого участка величину и знак продольной силы. Проведем сечение 1–1 и рассмотрим равновесие правой отсеченной части бруса. Внутренние силы в каждом сечении условно направляем в сторону отброшенной части. Если внутренняя продольная сила положительна на участке, имеет место деформация растяжения; отрицательна – сжатие.

По определению продольная сила в любом поперечном сечении равна алгебраической сумме проекций на продольную ось бруса всех сил, приложенных к отсеченной части.

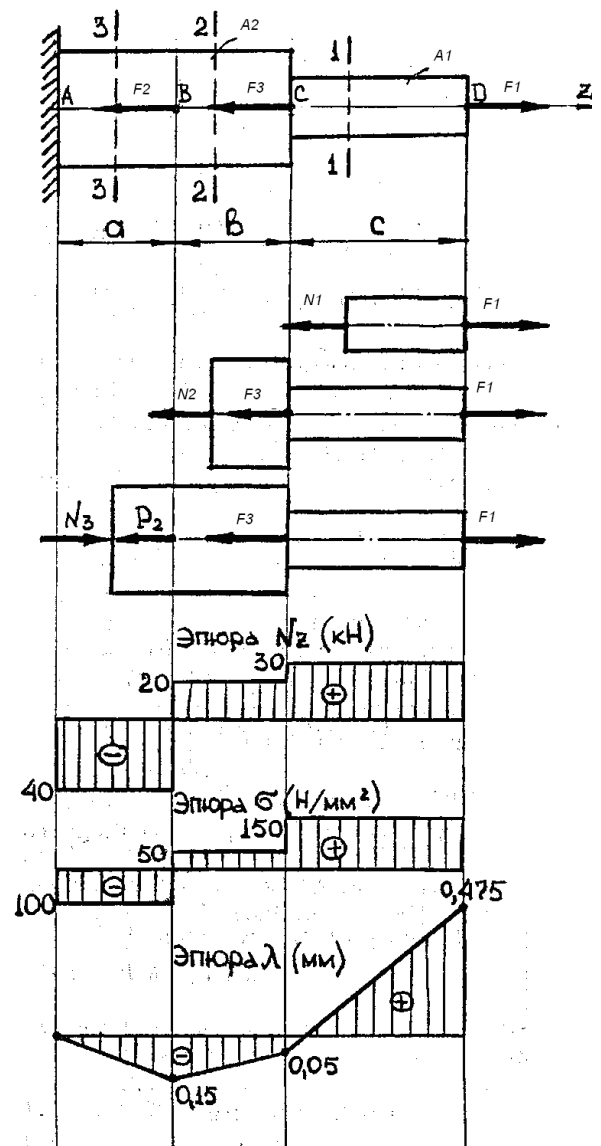
$$N_1 = \Sigma F_{iz} = F_1 = 30 \text{ (кН)}$$

$$N_2 = \Sigma F_{iz} = F_1 - F_3 = 30 - 10 = 20 \text{ (кН)}$$

$$N_3 = \Sigma F_{iz} = F_1 - F_3 - F_2 = 30 - 10 - 60 = -40 \text{ (кН)}$$

Брус испытывает растяжение на первом и втором участках, сжатие — на третьем

Эпюра продольной силы строится в следующей последовательности. В разграниченном на участки брусе провести через точки приложения внешних сил линии, перпендикулярные его оси. На некотором расстоянии от оси бруса провести линию параллельную его оси: на перпендикуляре к этой линии отложить в выбранном масштабе отрезок, соответствующий продольной силе для каждого участка: положительные вверх от оси эпюры, отрицательные – вниз. Через концы отрезков провести линии, параллельные оси. Ось эпюры проводят тонкой линией, а саму эпюру очерчивают толстыми линиями, эпюру штрихуют тонкими линиями, перпендикулярными ее оси. В масштабе каждая линия равна продольной силе в соответствующем сечении бруса. На эпюре указывают знаки плюс и минус и в характерных ее точках, где изменяется сила, проставляют ее значение. В сечениях, в которых приложены сосредоточенные силы, на эпюре имеются скачки – резкое изменение продольной силы "Скачок" продольной силы равен внешней силе, приложенной в данном сечении, что является проверкой правильности построенной эпюры.



## 2. Построение эпюры нормальных напряжений.

По гипотезе Бернулли при растяжении (сжатии) приложения внешних сил остаются плоскими и движутся поступательно в направлении деформации. Все точки поперечного сечения находятся в одинаковых условиях, поэтому нормальные напряжения можно определять по формуле  $\sigma = \frac{N}{A}$

где  $N$  (в  $H$ ) — продольная сила в данном сечении ;  $A$  (в  $мм^2$ ) — площадь сечения.

$$\Sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{30 \cdot 10^3}{200} = 150 \text{ Н/мм}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{20 \cdot 10^3}{400} = 50 \text{ Н/мм}^2$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{-40 \cdot 10^3}{400} = -100 \text{ Н/мм}^2$$

Так как сталь одинаково сопротивляется растяжению(сжатию), то наиболее нагруженным является первый участок  $\sigma_{\max} = |\sigma_1| = 150 \text{ Н/мм}^2/$ .

## 3. Построение эпюры абсолютных перемещений.

При растяжении (сжатии) важно знать не только общее удлинение (укорочение) бруса, но и то, как деформируются (направление перемещений) средние сечения бруса. Эпюру абсолютных перемещений строим с заземления, так как абсолютное перемещение сечения А  $\lambda_a = 0$ ; абсолютное перемещение сечения В  $\lambda_B = \lambda_a + \lambda_{Ba}$   $\lambda_{Ba}$  — относительное перемещение сечения В относительно сечения А.

Из общего закона Гука:  $\Delta l = \frac{\sigma \cdot l}{E}$  или  $\Delta l = \frac{Nl}{AE}$ , получим, что

$$\lambda_{BA} = \frac{N_3 \cdot a}{A_2 \cdot E} = \frac{40 \cdot 0,3 \cdot 10^6}{400 \cdot 2 \cdot 10^5} = -0,15 \text{ (мм)}.$$

$$\lambda_B = 0 - 0,15 = -0,15 \text{ (мм)}.$$

Абсолютное перемещение сечения С

$$\lambda_C = \lambda_B + \lambda_{CB}$$

$$\lambda_{CB} = \frac{N_2 \cdot b}{A_2 \cdot E} = \frac{20 \cdot 0,4 \cdot 10^6}{400 \cdot 2 \cdot 10^5} = 0,1 \text{ (мм)}.$$

$$\lambda_C = -0,15 + 0,1 = -0,05 \text{ (мм)}.$$

Абсолютное перемещение сечения D (полное удлинение |укороченное| бруса):

$$\lambda_D = \lambda_C + \lambda_{DC} \quad \lambda_{DC} = \frac{N_1 \cdot c}{A_1 \cdot E} = \frac{30 \cdot 0,7 \cdot 10^6}{200 \cdot 2 \cdot 10^5} = 0,525 \text{ (мм)}. \quad \lambda_D = -0,05 + 0,525 = 0,475 \text{ (мм)}.$$

Наибольшее положительное перемещение относительно заземления получает

сечение D  $\lambda_0 = 0,475$ . Наибольшее отрицательное перемещение относительно заземления получает сечение B  $\lambda_B = -0,15$  мм. Определение полного удлинения (укорочения) бруса с помощью принципа суперпозиции.

По этому принципу полная деформация стержня не зависит от последовательности приложения нагрузок и равна сумме деформаций от действия каждой нагрузки в отдельности.

Из общего закона Гука:  $\Delta l = \frac{N \cdot l}{A \cdot E}$  получим, что  $\Delta l_{\text{полн}} = \Delta l_{f1} + \Delta l_{f2} + \Delta l_{f3}$

Сила F1 удлиняет весь брус

$$\Delta l_{f1} = \frac{F_1 \cdot c}{A_1 \cdot E} + \frac{F_1 \cdot (a+b)}{A_2 \cdot E} = \frac{30 \cdot 0,7 \cdot 10^6}{200 \cdot 2 \cdot 10^5} + \frac{30 \cdot 0,7 \cdot 10^6}{400 \cdot 2 \cdot 10^5} = 0,525 + 0,2625 = 0,7875 \text{ (мм)}$$

Сила F3 укорачивает часть бруса длиной  $l = a+b$

$$\Delta l_{f3} = \frac{F_3 \cdot (a+b)}{A_2 \cdot E} = \frac{10 \cdot 0,7 \cdot 10^6}{400 \cdot 2 \cdot 10^5} = -0,0875 \text{ (мм)}$$

Сила F2 укорачивает часть бруса длиной a.

$$\Delta l_{f2} = - \left( \frac{F_2 \cdot a}{A_2 \cdot E} \right) = - \frac{60 \cdot 0,3 \cdot 10^6}{400 \cdot 2 \cdot 10^5} = -0,225 \text{ (мм)}$$

$\Delta l_{\text{полн}} = 0,7875 - 0,0875 - 0,225 = 0,475 \text{ (мм)}$  Т. е.  $\Delta l_{\text{полн}} = \lambda D$ ,  
Этим самым мы проверили правильность построения эпюры абсолютных перемещений.

### 5. Определение коэффициента запаса прочности.

По определению коэффициент запаса прочности равен отношению предельного напряжения для данного материала к максимальному рабочему:  $n = \frac{\sigma_{\text{пред}}}{|\sigma_{\text{max}}|}$

Для пластичных материалов в качестве предельного принимают предел текучести

$$\sigma_{\text{пред}} = \sigma_T = 240 \text{ Н/мм}^2 \quad |\sigma_{\text{max}}| = 150 \text{ Н/мм}^2$$

Тогда действительный коэффициент запаса прочности :

$$n = \frac{240}{150} = 1,6$$

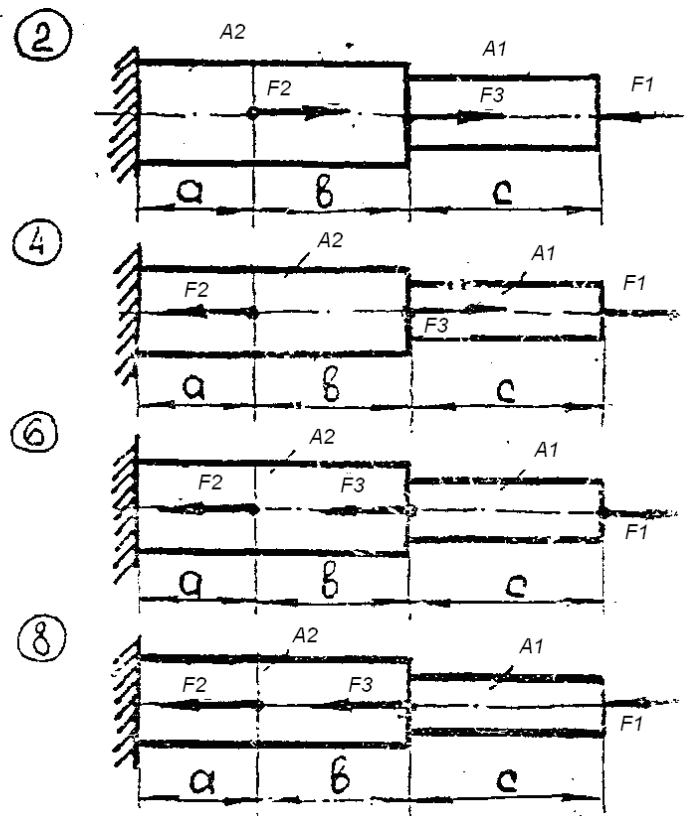
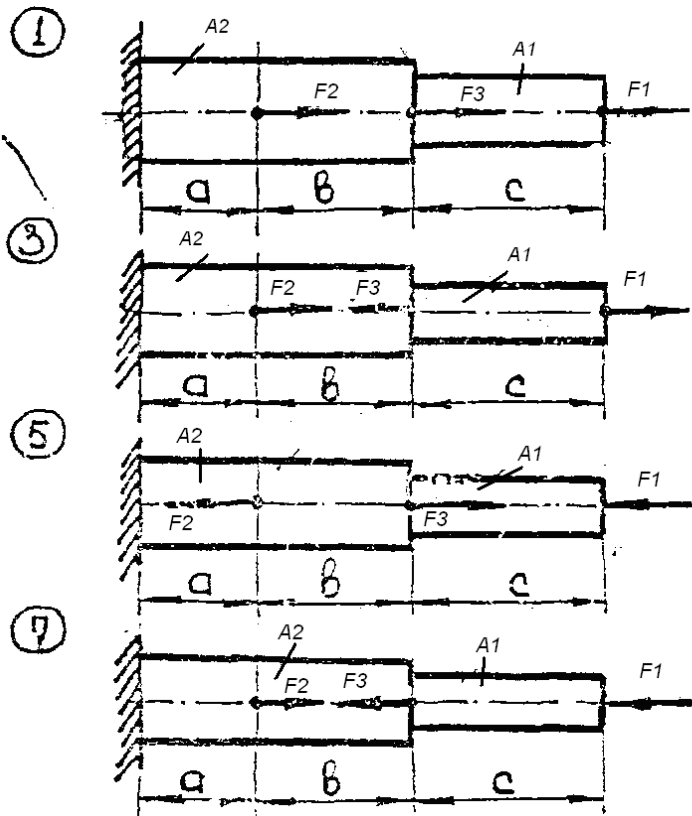
Допускаемый коэффициент запаса прочности для сталей  $[n] = 1,4 \dots 2,0$ .

Действительный коэффициент запаса получился в пределах допускаемого, следовательно, наш брус прочен и экономичен.

**Задание:** Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине бруса. Определить перемещение свободного конца бруса. Двухступенчатый стальной брус нагружен силами  $F_1, F_2, F_3$ . Площади поперечных сечений  $A_1$  и  $A_2$ . Принять  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$ . Данные взять из таблицы 6.

Таблица 6

Вариант	Схема	F1	F2	F3	A1	A2	a	b	c	Вариант	Схема	F1	F2	F3	A1	A2	a	b	c
			кН		мм <sup>2</sup>		м						кН		мм <sup>2</sup>		м		
1	1	12	6	12	120	260	0,2	0,4	0,60	16	4	15	50	7	120	290	0,25	0,45	0,8
2	1	13	5	12	110	270	0,25	0,45	0,50	17	5	20	80	42	140	350	0,60	0,80	0,3
3	1	11	8	13	130	280	0,35	0,35	0,40	18	5	21	81	41	145	340	0,50	0,75	0,4
4	1	10	9	14	125	250	0,4	0,25	0,50	19	5	21	79	40	150	330	0,55	0,75	0,5
5	2	15	7	30	100	320	0,15	0,40	0,55	20	5	18	78	41	160	360	0,45	0,80	0,6
6	2	14,5	8,5	27	125	310	0,18	0,25	0,65	21	6	20	13	53	130	410	0,10	0,30	0,6
7	2	16	9	27,5	130	300	0,22	0,35	0,70	22	6	21	12	50	125	400	0,25	0,40	0,5
8	2	15,5	7,5	28,5	140	350	0,25	0,45	0,75	23	6	22	14	54	130	420	0,35	0,50	0,4
9	3	18	22	9	160	360	0,20	0,50	0,65	24	6	23	12	55	135	420	0,40	0,20	0,3
10	3	17,5	23	8	150	350	0,22	0,48	0,70	25	7	20	62	23	150	420	0,60	0,50	0,3
11	3	16,5	24	7,5	155	370	0,25	0,62	0,75	26	7	21	64	22	140	440	0,65	0,55	0,3
12	3	13,5	23	10	167	380	0,30	0,75	0,80	27	7	22	65	22	145	450	0,75	0,60	0,3
13	4	18	52	5	120	310	0,10	0,25	0,50	28	7	23	66	23	155	450	0,40	0,40	0,8
14	4	17	51	6	125	320	0,20	0,35	0,80	29	8	30	41	8	190	610	0,40	0,40	0,6
15	4	16	49	6	130	300	0,55	0,55	0,90	30	8	31	39	9	185	620	0,30	0,40	0,7



Цель: \_\_\_\_\_

Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение) \_\_\_\_\_

Дано: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

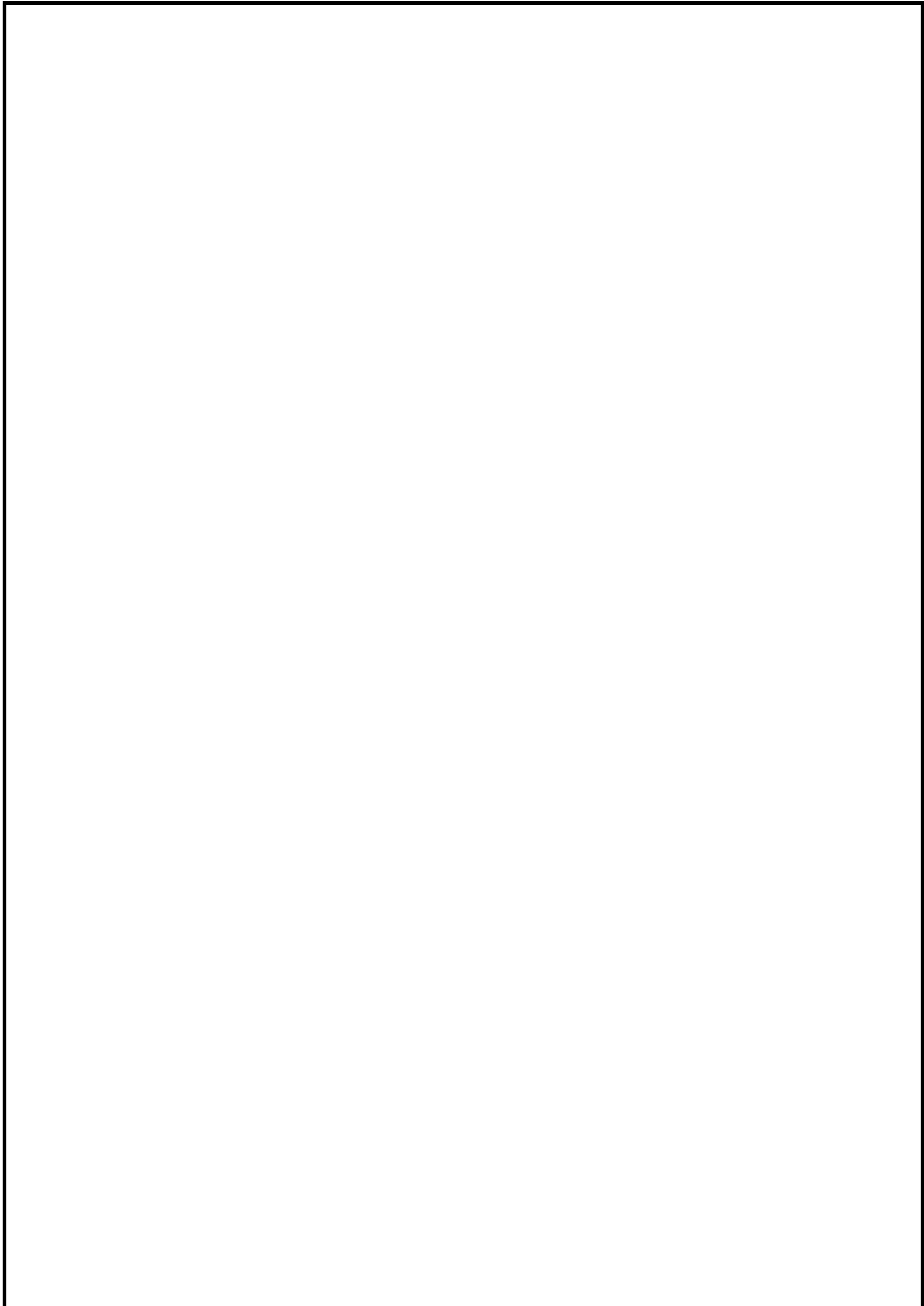
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Определить: \_\_\_\_\_

Решение:

					<b>ПЗ 05. 23.02.06.</b>			
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата				
Разраб.					<i>Построение эпюр продольных сил, нормальных напряжений и перемещений.</i>	Лит.	Лист	Листов
Провер.	Яковиева Г.Б.							
						группа 47		



					<b>ПЗ 05. 23.02.06.</b>	<i>Лист</i>
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>		48



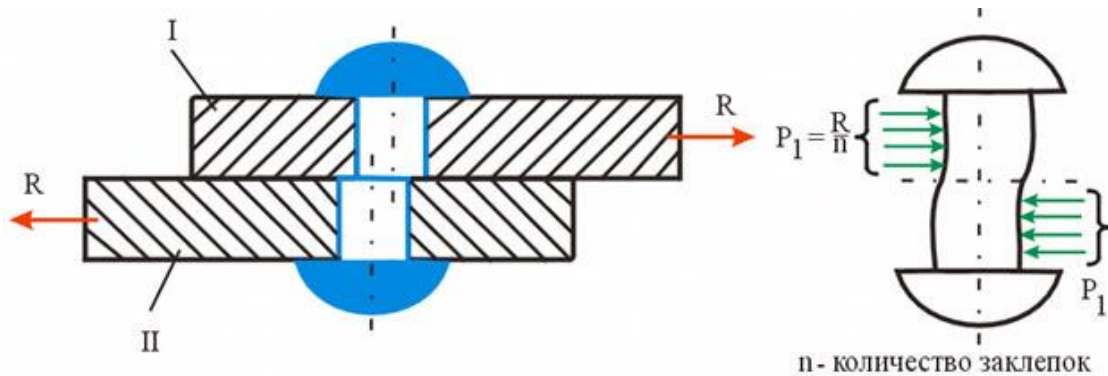
**Контрольные вопросы:**

1. Что такое центральное растяжение и сжатие? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
2. Что понимается под продольной силой в брус, и каким способом она определяется? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
3. Какое правило знаков принято при определении продольной силы? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
4. Какова размерность продольной силы? \_\_\_\_\_
5. Как строится эпюра продольной силы и с какой целью? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
6. Что такое эпюра продольной силы? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
7. Что такое напряжение? Чем определяется знак напряжения? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
8. Напишите условие прочности при растяжении или сжатии. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
9. Что называется абсолютной (полной) продольной деформацией? Напишите формулу абсолютной деформации. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
10. Как формулируется закон Гука? Напишите формулы, выражающие закон Гука, для относительной продольной деформации бруса. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

					ПЗ 05.23.02.06.	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

### Практическое занятие 6

#### Расчет соединений, работающих на срез и смятие



## Практическое занятие 6

### Расчет соединений, работающих на срез и смятие

К выполнению задания необходимо приступить после изучения темы 4.3. Срез и смятие.

**Цель:** Научиться определять допускаемые расчётные нагрузки для стержня из условия прочности его на растяжение и смятие. Расчёт заклёпок на срез из условия прочности.

Образовательные результаты, соответствующие ФГОС: ОК 1 - ОК 8; ПК1.1; 1.2; 2.3; 3.2

#### Краткое теоретическое обоснование

**Условие прочности при сдвиге (срезе)**

$$\tau_c = \frac{Q}{A_c} \leq [\tau_c]$$

$[\tau_c]$  - допускаемое напряжение сдвига, обычно его определяют по формуле

$$[\tau_c] = (0,25 - 0,35)\sigma_m.$$

При разрушении деталь перерезается поперек. Разрушение детали под действием поперечной силы называют срезом.

**Условие прочности при смятии** можно выразить соотношением

$$\sigma_{см} = \frac{F}{A_{см}} \leq [\sigma_{см}]$$

$A_{см} = d\delta$ , где  $d$  - диаметр окружности сечения;  $\delta$  - наименьшая высота соединяемых пластин  $A_{см}$  - расчетная площадь смятия; допускаемое напряжение смятия:  $[\sigma_{см}] = (0,35 - 0,4)\sigma_m$ ;  $F$  - сила взаимодействия между деталями.

**Примеры деталей, работающих на сдвиг (срез) и смятие**

1. **Ось** (рис. 23.5).

В случае, если толщина детали 2 меньше,

$$A_{см} = d\delta;$$

$$A_c = \frac{\pi d^2}{4} i;$$

$i = 2$  - количество площадей среза.

2. **Болт** (рис. 23.6).

$$A_c = \pi dh; \quad A_{см} = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)$$

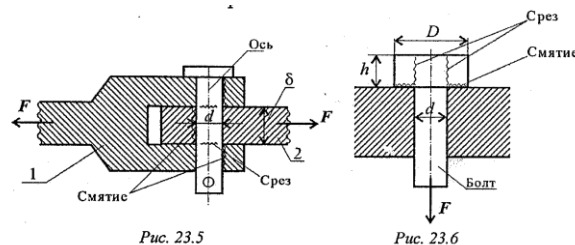


Рис. 23.5

Рис. 23.6

3. **Шпонки** (рис. ~3. 7) работают на срез и смятие, но рассчитываются только на смятие.

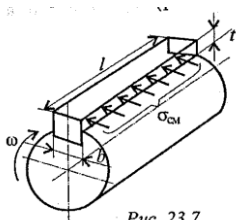


Рис. 23.7

$A_c = bl$ ;  $A_{см} = lt$ ; где  $l$  - длина шпонки;  $t$  - высота выступающей части;  $b$  - ширина шпонки.

4. Заклепка односрезная (рис. 23.8), двухсрезная (рис. 23.9).

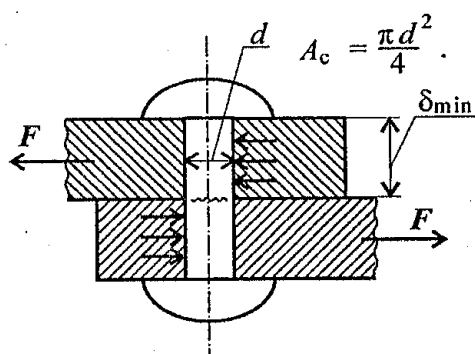


Рис. 23.8

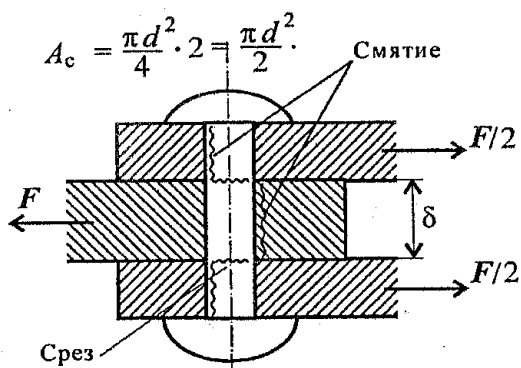


Рис. 23.9

5. Сварное соединение (рис. 23.10).

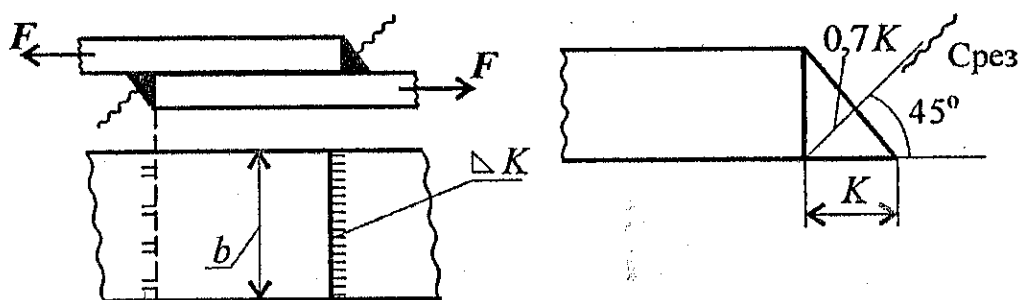


Рис. 23.10

Угловой шов разрушается под углом  $45^\circ$  к плоскости разреза в результате среза.  $K$  - катет углового шва, подбирается по толщине свариваемого листа.

Двухсторонний шов:  $A_c = 2 \cdot 0,7Kb$ .

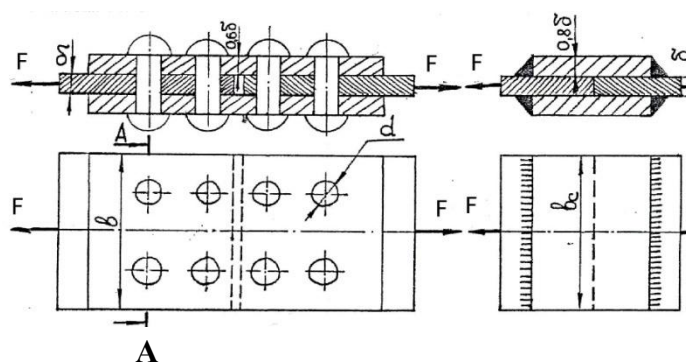
**Пример и методические указания по выполнению работы**

Дано:  $[\sigma_p] = 160$  МПа;  $[\sigma_{см}] = 320$  МПа;  $[\tau] = 100$  МПа;

$B \times \delta = 180 \times 10$  мм

$d = 20$  мм

Рисунок



# 1. Определяем значение допускаемой нагрузки для заклёпочного соединения

## 1.1. Из условия прочности стержня на растяжение

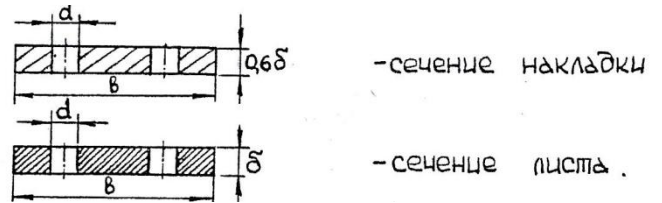
$$\sigma = F/A_{\text{нетто}} \leq [\sigma_p]$$

$A_{\text{нетто}}$  - площадь сечения стержня, ослабленное отверстиями под заклёпки. В данном случае это сечение А-А

Накладки растягиваются силами  $F/2$ , листы силой  $F$ . Необходимо выяснить, что менее прочно накладки или листы.

Определяем напряжение в сечении А-А:

**Для накладок:**  $A_{\text{нетто}} = 0,6\delta * (b-2d)$



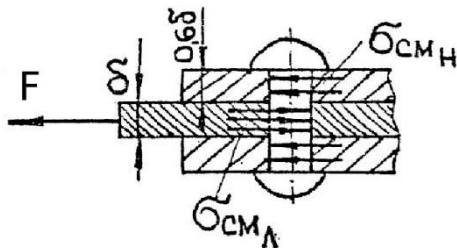
$$\sigma_{\text{рн}} = F/2 * A_{\text{нетто н.}} = F/2 * 0,6\delta * (b-2d)$$

**Для листов**  $A_{\text{нетто л.}} = \delta * (b-2d)$

$\sigma_{\text{рл}} = F/A_{\text{нетто}} = F/\delta * (b-2d)$ . Очевидно, что  $\sigma_{\text{рл}} > \sigma_{\text{рн}}$ , следовательно определять допускаемую нагрузку будем по листам. Из условия прочности  $\sigma = F/A_{\text{нетто}} \leq [\sigma_p]$  найдём

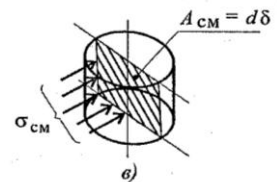
$$F = A_{\text{нетто л.}} * [\sigma_p] = \delta (b-2d) * [\sigma_p] = 10 * (180-2*20) * 160 = 224 * 10^3 \text{ Н} = 224 \text{ кН}$$

## 1.2. Из условия прочности стенок отверстий стержня на смятие



$$\sigma_{\text{см}} = \frac{F}{A_{\text{см}}} \leq [\sigma_{\text{см}}];$$

$$A_{\text{см}} = d\delta,$$



**Определяем напряжение смятия в отверстиях накладок:**

$$\sigma_{\text{см.н}} = F/2 * Z * A_{\text{см.н}}$$

Определяем напряжение смятия в отверстиях листов:

$\sigma_{\text{см.л}} = F/Z * A_{\text{см.л}}$ , где  $Z$  - количество заклёпок. В данном случае сила  $F$  равномерно распределяется между четырьмя заклёпками.  $Z = 4$ .

Помним, что накладки растягиваются силой  $F/2$

$A_{\text{см.н}} = 0,6\delta * d$  - расчётная площадь смятия отверстия накладок.

$A_{\text{см.л}} = \delta * d$  - расчётная площадь смятия отверстия накладок.

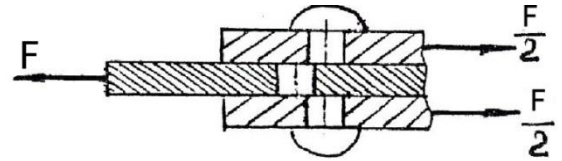
Очевидно, что  $\sigma_{\text{см.л}} > \sigma_{\text{см.н}}$ , поэтому определять допускаемую нагрузку будем по отверстиям листов.

$$[F] = Z * \delta * d * [\sigma_{\text{см}}] = 4 * 10 * 20 * 320 = 256 * 10^3 \text{ Н} = 256 \text{ кН.}$$

**1.3. Определяем допустимое значение нагрузки из условия прочности заклёпок на срез:**

$$\tau_c = \frac{Q}{A_c} \leq [\tau_c], \quad \tau_c = \frac{Q}{A_c}; \quad Q = \frac{F}{z}, \quad \text{где } \tau_c - \text{ касательное}$$

напряжение;  $Q$  - поперечная сила;  $A_c$  - площадь среза;  $F$  - внешняя сила;  $z$  - количество деталей.



$$A_c = \frac{\pi d^2}{4} i; \quad i - \text{ количество}$$

площадей среза. В нашем случае  $i = 2$ , тогда,

$$F = z * i * (\pi d^2 / 4) * [\tau_c] = 4 * 2 * (3.14 * 20^2 / 4) * 100 = 251,2 * 10^3 \text{ Н} = 251,2 \text{ кН}.$$

Допускаемая нагрузка для заклёпочного соединения  $F = 251,2 \text{ кН}$ .

**2. Спроектируем сварное соединение по нагрузке  $F = 224 \text{ кН}$ .**

2.1. Определяем необходимую площадь поперечного сечения листов из условия прочности на растяжение:  $\sigma = F/A \leq [\sigma_P]$ , откуда

$A = F / [\sigma_P] = 224 * 10^3 / 160 = 1400 \text{ мм}^2$ . Учитывая, что  $A_c = b_c * \delta$  определим необходимую ширину листов сварного соединения:  $b_c = A / \delta = 1400 / 10 = 140 \text{ мм}$ . Определим необходимый катет лобового шва из условия прочности:

$$\tau_c = F / A_c \leq [\tau_c]; \quad F = 0,7kl; \quad l = 2 b_c, \quad \text{тогда} \quad \tau_c = F / 0,7k * 2 b_c \leq [\tau_c]$$

отсюда  $k = F / 0,7k * 2 b_c * [\tau_c] = 224 * 10^3 / 0,7 * 2 * 140 * 100 = 11,5 \text{ мм}$ . По условию задания катет шва не может быть больше  $0,8\delta = 8 \text{ мм}$ . Поэтому принимаем  $k = 8 \text{ мм}$ .

и определяем необходимую ширину листов сварного соединения:  $b_c \geq F / 0,7 * 2 * k * [\tau_c] = 224 * 10^3 / 0,7 * 2 * 8 * 100 = 200 \text{ мм}$ . Принимаем  $b_c = 200 \text{ мм}$ .

**3. Определим экономию средств, достигнутую от замены заклёпочного соединения сварным.**

Определим экономию средств, достигнутую от замены заклёпочного соединения сварным. Для этого найдем предварительно относительное увеличение расхода металла. Учитывая, что длина стержней одинакова как при сварном, так и при клепаном соединении, отношение расхода металла будет пропорционально отношению площадей стержней, принятых при сварном и клепаном соединениями

$$\frac{m_c}{m_3} = \frac{A_c}{A_3} = \frac{b_c \cdot \delta}{b_3 \cdot \delta} = \frac{200}{180} = 1,11 \text{ т.е. сварное соединение будет на } 11\% \text{ тяжелее}$$

заклепочного. По условию, стоимость изготовления 1000 кг сварных конструкций составляет примерно 80% стоимости клепаных, следовательно стоимость соединения при сварном исполнении составит  $1,11 * 0,8 = 0,888$ , а достигнутая экономия средств составит 11,2 %.

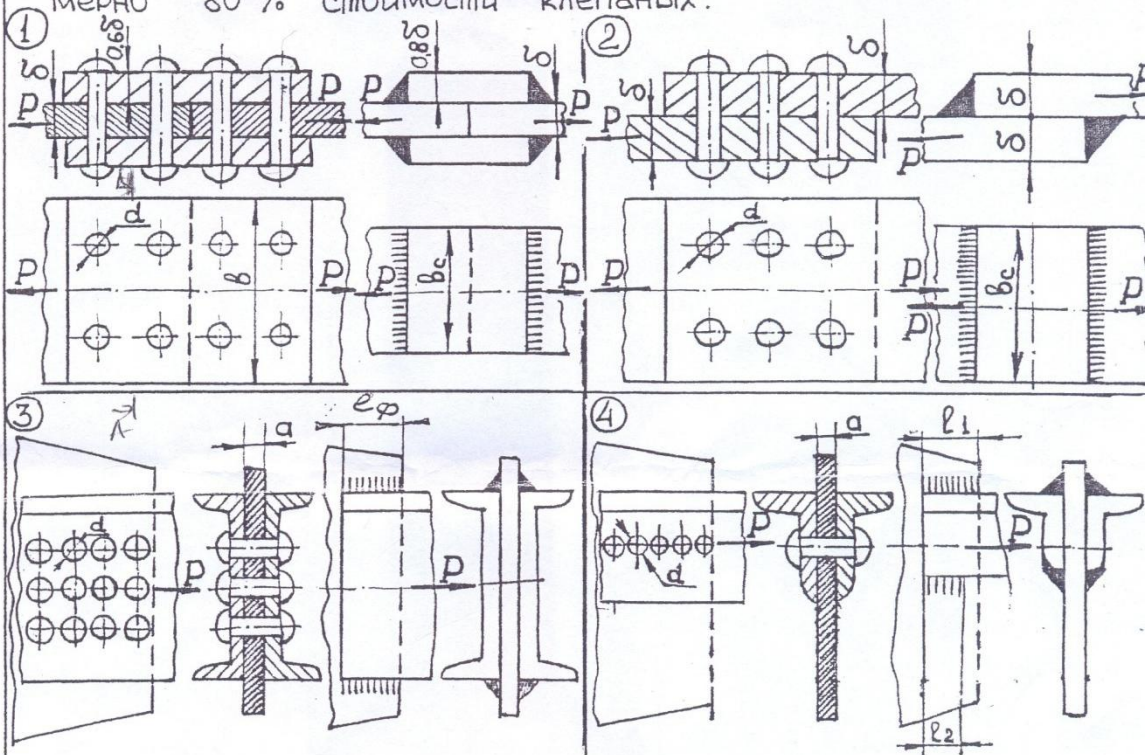
**Задание:** Для заданной схемы



1. определить допустимое значение нагрузки для стержня из условия прочности его на растяжение и смятие и из условия прочности заклёпок на срез.
  2. спроектировать равнопрочное заклёпочному соединению сварное соединение.
- таблица 6

Для одной из схем по варианту, приведенному в таблице, требуется: определить допустимое значение нагрузки для стержня из условия прочности его на растяжение и смятие и из условия прочности заклёпок на срез.  
 Допустимые напряжения:  $[\sigma]_p = 160 \text{ Н/мм}^2$ ;  
 $[\sigma]_{см} = 320 \text{ Н/мм}^2$ ;  
 $[\tau]_{ср} = 100 \text{ Н/мм}^2$ ;

спроектировать равнопрочное заклёпочному соединению сварное соединение. Допустимое напряжение материала сварного шва  $[\sigma]_{ср} = 100 \text{ Н/мм}^2$ . Определить экономию средств, достигнувшую от замены заклёпочного соединения сварным соединением, если стоимость изготовления 1000 кг (1 т) сварных соединений составляет примерно 80 % стоимости клепаных.



Вариант	Схема	$b \times \delta$ , мм	№ швеллера	$d$ , мм	$a$ , мм	Вариант	Схема	№ швеллера	Равнобокий уголок	$d$ , мм	$a$ , мм
1	1	200 × 8	—	17	—	16	3	16	—	17	9
2	1	180 × 8	—	17	—	17	3	18	—	20	10
3	1	240 × 10	—	20	—	18	3	18a	—	20	10
4	1	220 × 12	—	23	—	19	3	20	—	20	10
5	1	260 × 12	—	23	—	20	3	22	—	23	12
6	1	250 × 12	—	23	—	21	3	22a	—	23	12
7	1	280 × 8	—	20	—	22	3	24	—	23	12
8	2	180 × 8	—	17	—	23	4	—	90 × 90 × 7	23	12
9	2	210 × 8	—	17	—	24	4	—	90 × 90 × 9	23	12
10	2	230 × 10	—	20	—	25	4	—	100 × 100 × 8	23	12
11	2	240 × 10	—	20	—	26	4	—	100 × 100 × 10	23	14
12	2	250 × 12	—	23	—	27	4	—	100 × 100 × 12	26	16
13	2	280 × 12	—	23	—	28	4	—	110 × 110 × 7	23	12
14	2	300 × 12	—	23	—	29	4	—	125 × 125 × 8	26	14
15	3	—	14	17	9	30	4	—	125 × 125 × 10	26	16

15

Цель: \_\_\_\_\_

**Оборудование** (приборы, материалы, дидактическое обеспечение) \_\_\_\_\_

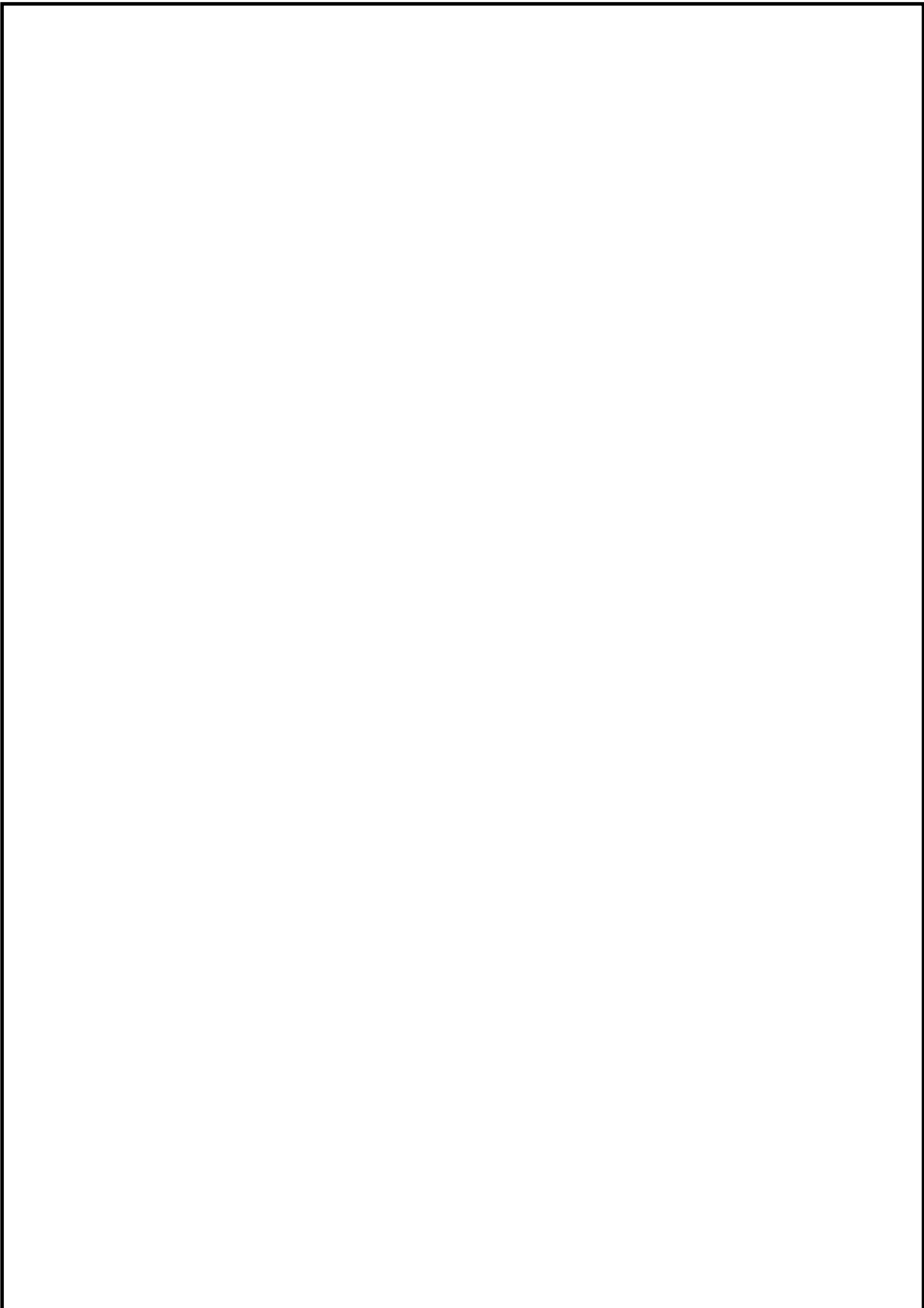
Дано: \_\_\_\_\_

Определить:

1. допускаемое значение нагрузки для стержня из условия прочности его на растяжение и смятие и из условия прочности заклёпок на срез.
2. спроектировать равнопрочное заклёпочному соединению сварное соединение.
3. определить экономию средств, достигнутую от замены заклёпочного соединения сварным, если стоимость изготовления 1000кг. Сварных конструкций составляет примерно 80% стоимости клёпаных.

					<b>ПЗ 06. 23.02.06.</b>		
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>			
<i>Разработ.</i>					<i>Расчёт соединений Работающих на срез и смятие</i>		
<i>Провер.</i>	Яковцева Г.Б.						
					<i>Лит.</i>	<i>Лист</i>	<i>Листов</i>
					<i>группа</i>		56





					<b>ПЗ 06. 23.02.06.</b>	<i>Лист</i>
						57
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>		

**Контрольные вопросы:**

1. Какие внутренние силовые факторы возникают при сдвиге и смятии?

---

---

2. Сформулируйте закон парности касательных напряжений.

---

---

---

3. Как обозначается деформация при сдвиге? \_\_\_\_\_

---

4. Запишите закон Гука при сдвиге. \_\_\_\_\_

---

5. Какой физический смысл у модуля упругости? \_\_\_\_\_

---

6. Укажите единицы измерения напряжений сдвига и смятия и модуля упругости.

---

7. Как учесть количество деталей, использованных для передачи нагрузки при расчетах на сдвиг и смятие? \_\_\_\_\_

---

8. Запишите условия прочности на сдвиг и смятие. \_\_\_\_\_

---

9. Почему при расчете на смятие цилиндрических деталей вместо боковой цилиндрической поверхности подставляют плоскость, проходящую через диаметр?

---

10. Назовите основные способы сварки, изобразите характерные типы сварных швов. \_\_\_\_\_

---

---

---

---

---

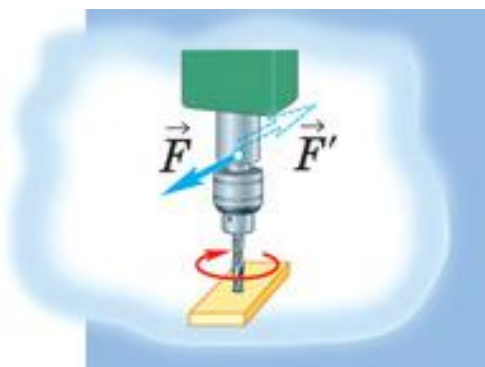
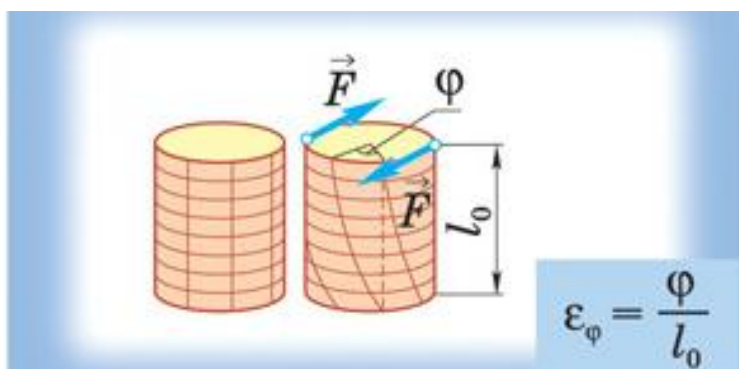
---

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ ИМПЕРАТОРА АЛЕКСАНДРА I»  
(ФГБОУ ВО ПГУПС)  
ПЕТРОЗАВОДСКИЙ ФИЛИАЛ

## Практическое занятие 7

### Определение диаметра вала из условия прочности при кручении



## Практическое занятие 7

### Определение диаметра вала из условия прочности при кручении

К выполнению задания необходимо приступить после изучения 4.5. Кручение.

Цель: научиться определять диаметр вала из условия прочности и жесткости при кручении.

Образовательные результаты, соответствующие ФГОС: ОК 1 - ОК 8;

ПК1.1; 1.2; 2.3; 3.2

### Краткое теоретическое обоснование

#### Условие прочности при кручении

$$\tau_k = \frac{M_k}{W_p} \leq [\tau_k]; \quad W_p = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2d^3 (\text{вал}),$$

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} (1 - c^4) (\text{кольцо}),$$

$M_k$  - крутящий момент в сечении, Н·м, Н·мм;

$W_p$  - момент сопротивления при кручении, м<sup>3</sup>, мм<sup>3</sup>;

$[\tau_k]$  - допускаемое напряжение при кручении, Н/м<sup>2</sup>, Н/мм<sup>2</sup>.

#### **Проектировочный расчёт, определение размеров поперечного сечения**

Сечение - круг:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_k}{0,2[\tau_k]}}$$

Сечение - кольцо:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_k}{0,2(1 - c^4)[\tau_k]}}$$

где  $d$  - наружный диаметр круглого сечения;

$d_{\text{вн}}$  - внутренний диаметр кольцевого сечения;  $c = d_{\text{вн}}/d$ .

#### Условие жёсткости при кручении

$$\varphi_0 = \frac{M_k}{GJ_p} \leq [\varphi_0]; \quad G \approx 0,4E,$$

$G$  - модуль упругости при сдвиге, Н/м<sup>2</sup>, Н/мм<sup>2</sup>;

$E$  - модуль упругости при растяжении, Н/м, Н/мм.

$[\varphi_0]$  - допускаемый угол закручивания,  $[\varphi_0] \approx 0,5 - 1$  град/м;

$J_p$  - полярный момент инерции в сечении, м<sup>4</sup>, мм<sup>4</sup>.

#### **Проектировочный расчёт, определение наружного диаметра сечения**

$$J_p = \frac{M_k}{G[\varphi_0]}; \quad J_p = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1d^4 (\text{вал}); \quad d \geq \sqrt[4]{\frac{32J_p}{\pi}}$$

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32} (1 - c^4) (\text{кольцо}); \quad d \geq \sqrt[4]{\frac{32J_p}{\pi(1 - c^4)}}$$

## Алгоритм выполнения

1. Построить эпюру крутящих моментов по длине вала для предложенной в задании схемы.

2. Выбрать рациональное расположение колес на валу и дальнейшие расчеты проводить для вала с рационально расположенными шкивами.

(Рациональное расположение колёс – расположение, при котором максимальное значение крутящего момента на валу – наименьшее из всех возможных.) Для экономии металла сечение бруса рекомендуется выполнить кольцевым

3. Определить необходимые диаметры вала круглого и кольцевого сечения из расчета на прочность. Приложение 2

4. Сравнить затраты металла для случая круглого и кольцевого сечений. Сравнение провести по площадям поперечных сечений валов.

$$\frac{A_{1\text{круг}}}{A'_{1\text{кольцо}}} \cong$$

Площади валов рассчитать в наиболее нагруженном сечении (по максимальному крутящему моменту на эпюре моментов).

**Пример.** Для заданного бруса (рис. 28.1) построить эпюры крутящих моментов, рациональным расположением шкивов на валу добиться уменьшения значения максимального крутящего момента. Построить эпюру крутящих моментов при рациональном расположении шкивов.

Из условия прочности определить диаметры вала для сплошного и кольцевого сечений, приняв  $c = \frac{d_{\text{вн}}}{d} = 0,5$ . Сравнить полученные результаты по полученным площадям поперечных сечений.  $[\tau_k] = 35 \text{ МПа}$ .

### Решение

1. Пользуясь методом сечений, определяем крутящие моменты на участках вала (рис. 28.2).

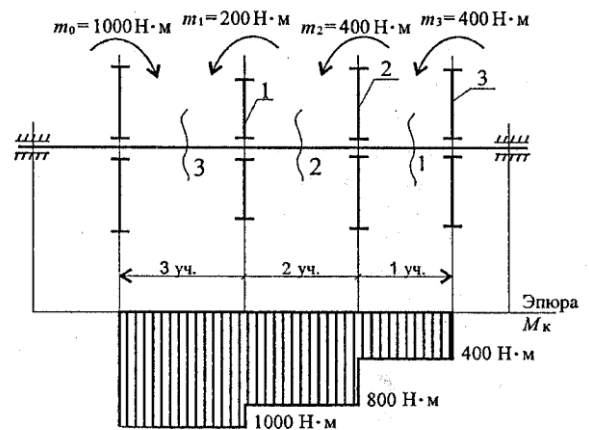


Рис. 28.1

Сечение 1 (рис. 28.2а):

$$M_{k1} = m_3 = 400 \text{ Н·м.}$$

Сечение 2 (рис. 28.2б):

$$M_{k2} = m_3 + m_2 = 800 \text{ Н·м.}$$

Сечение 3 (рис. 28.2в):

$$M_{k3} = m_3 + m_2 + m_1 = 1000 \text{ Н·м.}$$

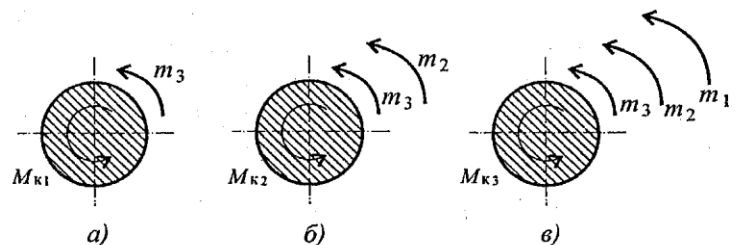


Рис. 28.2

2. Строим эпюру крутящих

моментов. Значения крутящих моментов откладываем вниз от оси, т. к. моменты отрицательные.

Максимальное значение крутящего момента на валу в этом случае  $1000 \text{ Н·м}$  (рис. 28.1).

3. Выберем рациональное расположение колес на валу. Наиболее целесообразно такое размещение колес, при котором наибольшие положительные и отрицательные значения крутящих моментов на участках будут по возможности одинаковыми. Из этих соображений ведущий шкив, передающий момент  $1000 \text{ Н}\cdot\text{м}$ , помещаем ближе к центру вала, ведомые шкивы 1 и 2 размещаем слева от ведущего с моментом  $1000 \text{ Н}\cdot\text{м}$ , шкив 3 остается на том же месте. Строим эпюру крутящих моментов при выбранном расположении шкива (рис. 28.3).

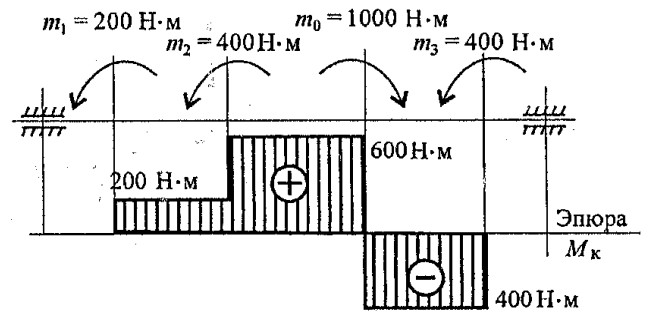


Рис. 28.3

**Максимальное значение крутящего момента на валу при выбранном расположении колес на валу  $600 \text{ Н}\cdot\text{м}$ .**

4. Определяем диаметры вала по сечениям при условии, что сечение - круг.

Условие прочности при кручении  $\tau_k = \frac{M_k}{W_p} \leq [\tau_k]$ .

Момент сопротивления кручению

$$W_p \geq \frac{M_k}{\tau_k}.$$

$$W_{p2} = \frac{600 \cdot 10^3}{35} = 17,1 \cdot 10^3 \text{ мм}^3;$$

Определяем диаметры вала по сечениям:

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} \cdot d = \sqrt[3]{\frac{16W_p}{\pi}}.$$

$$d_2 = 10 \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 17,1}{3,14}} = 44,25 \text{ мм};$$

Округляем полученные значения:  $d_2 = 45 \text{ мм}$ ;

5. Определяем диаметры вала по сечениям при условии, что сечение - кольцо.

Моменты сопротивления остаются теми же, По условию  $c = \frac{d_{вн}}{d} = 0,5$ .

Полярный момент сопротивления кольца

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} (1 - c^4).$$

Формула для определения наружного диаметра вала кольцевого сечения будет следующей:  $d' = \sqrt[3]{\frac{16W_p}{\pi(1-c^4)}}$ . Расчет можно провести по формуле  $d' = d \sqrt[3]{\frac{1}{(1-c^4)}}$ .

Диаметр вала по сечению:

$$d_2' = 10^3 \sqrt{\frac{16 \cdot 17,1}{3,14(1-0,5^4)}} = 45,2 \text{ мм};$$

Наружные диаметры вала кольцевого сечения практически не изменились.

Для кольцевого сечения:  $d_1' = 40 \text{ мм}$ ;  $d_2' = 46 \text{ мм}$ ;  $d_3' = 35 \text{ мм}$ .

6. Для вывода об экономии металла при переходе на кольцевое сечение сравним площади сечений (рис. 28.4).

При условии, что сечение - круг (рис. 28.4a):  $A = \frac{\pi d^2}{4}$ .

Сплошное круглое сечение:

$$A_2 = \frac{3,14 \cdot 45^2}{4} = 1590 \text{ мм}^2;$$

При условии, что сечение – кольцо,  $c = \frac{d_{\text{вн}}}{d} = 0,5$ . (рис. 28.4б):

$$A' = \frac{\pi d'^2}{4} - \frac{\pi d_{\text{вн}}^2}{4} = \frac{\pi d'^2}{4} (1 - c^2).$$

Кольцевое сечение:

$$A'_2 = \frac{3,14 \cdot 46^2}{4} (1 - 0,5^2) = 1246 \text{ мм}^2;$$

Сравнительная оценка результатов:  $\frac{A_{\square}}{A'_{\square}} = 1,3$

Следовательно, при переходе с кругового на кольцевое сечение экономия металла по весу составит 1,3 раза.

### Задание

1. Для стального вала круглого поперечного сечения определить значения внешних моментов, соответствующих передаваемым мощностям.
2. Построить эпюру крутящих моментов по длине вала.
3. Рациональным расположением шкивов на валу добиться уменьшения значения максимального крутящего момента на валу.
4. Построить эпюру крутящих моментов для этого случая.
5. Дальнейшие расчеты вести для вала с рациональным расположением шкивов.
6. Определить диаметры вала по сечениям из расчетов на прочность и жесткость. Полученный больший результат округлить до ближайшего четного или оканчивающегося на 5 числа. Приложение 2.

Данные взять из таблицы 7, схема 7.

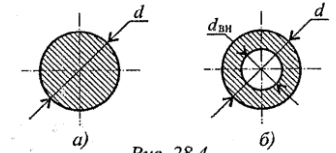
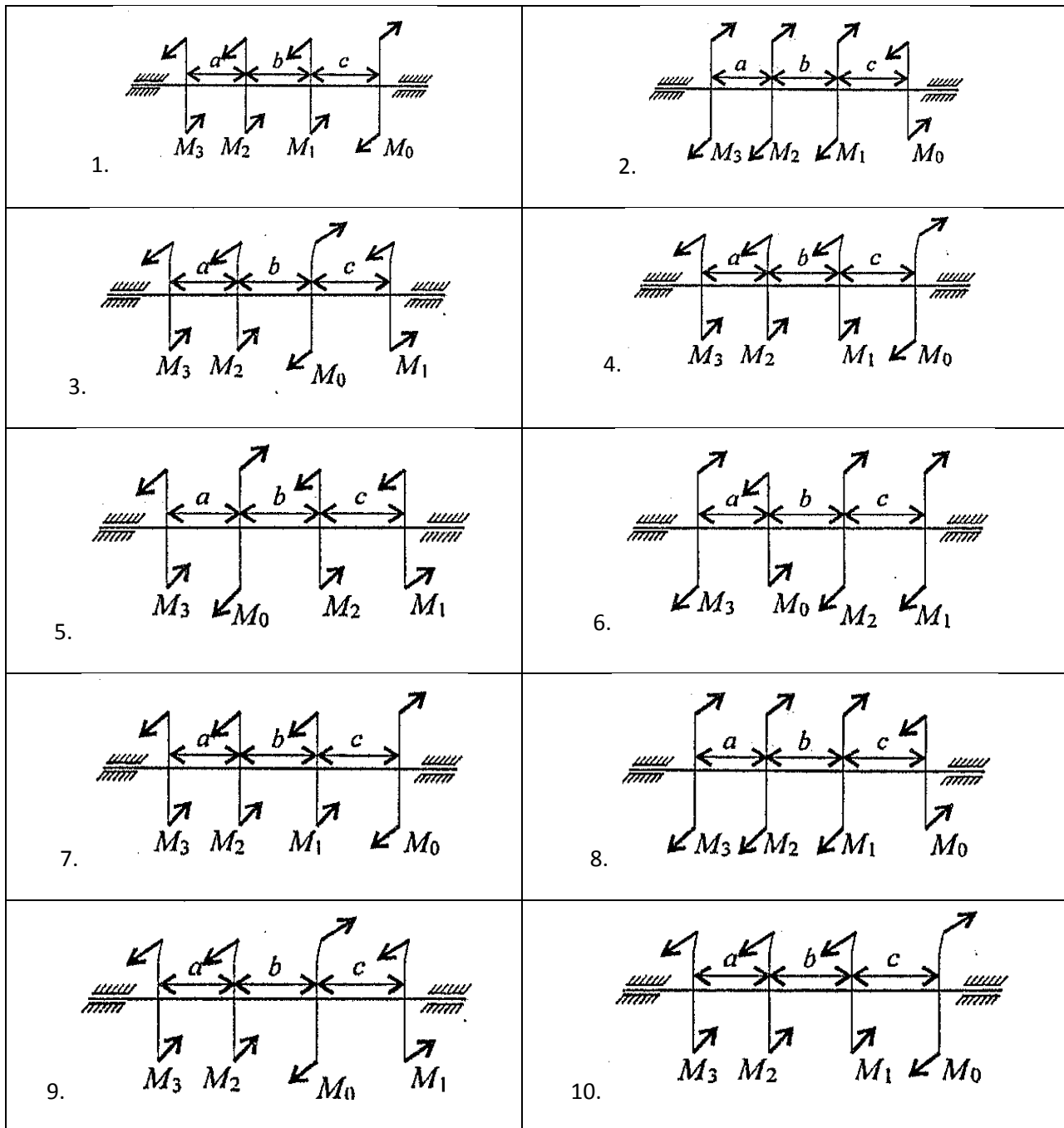


Таблица 7

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$a = b = c, \text{ м}$	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
$P_1, \text{ кВт}$	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0
$P_2, \text{ кВт}$	2,6	2,7	2,8	2,9	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5
$P_3, \text{ кВт}$	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	4,0

Схема 7.





Цель: \_\_\_\_\_

Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение) \_\_\_\_\_

**Дано:**

вал вращается с угловой скоростью 25 рад/с; материал вала - сталь, допускаемое напряжение кручения 30 МПа, модуль упругости при сдвиге  $8 \cdot 10^4$  МПа; допускаемый угол закручивания  $[\varphi_0] = 0,02$  рад/м.

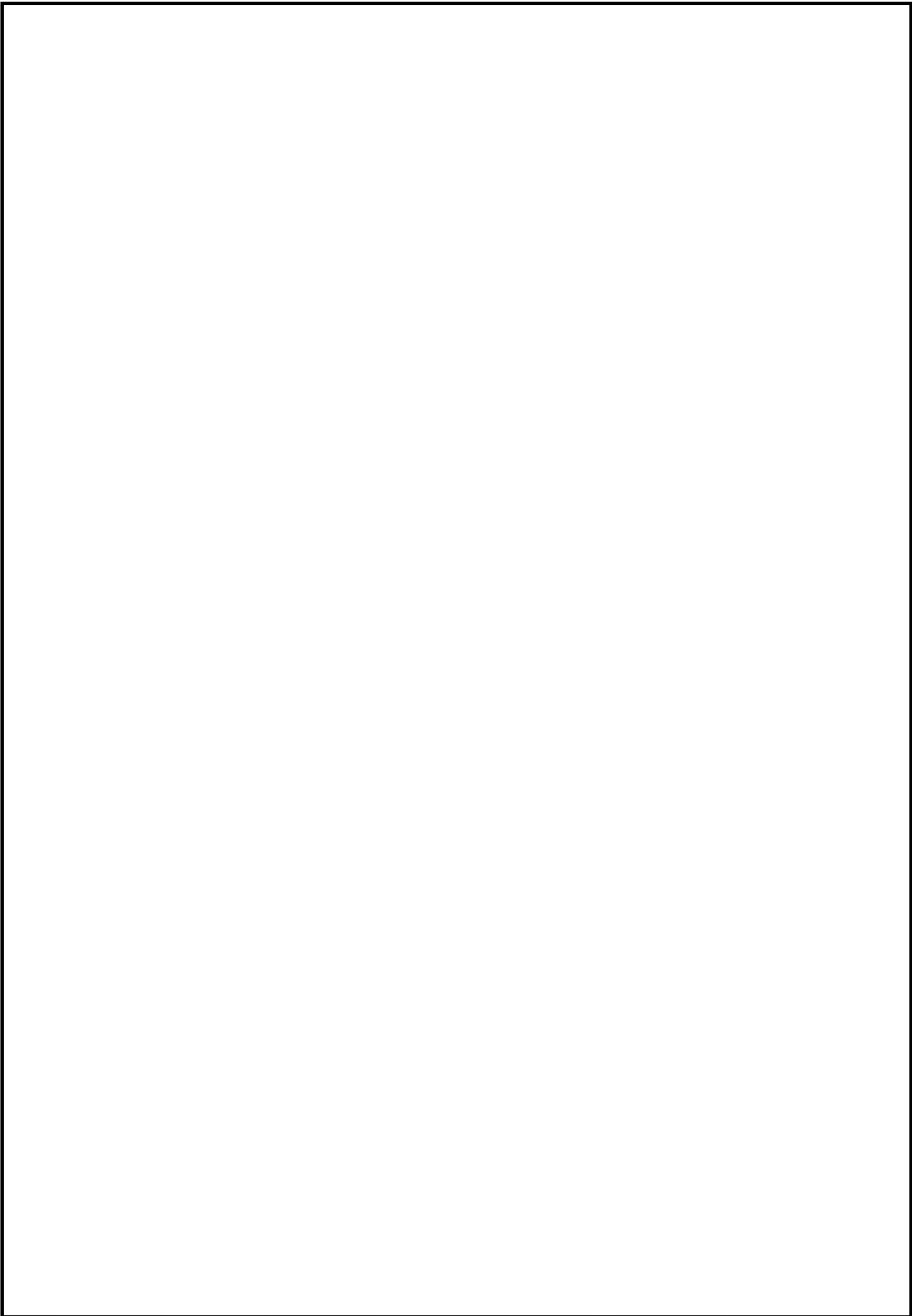
**Определить:**

Провести расчет для вала кольцевого сечения, приняв  $c = 0,9$ .

Сделать выводы о целесообразности выполнения вала круглого или кольцевого сечения, сравнив площади поперечных сечений.

**Решение:**

					ПЗ 07. 23.02.06.			
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата				
Разраб.					Определение диаметра вала из условия прочности при кручении	Лит.	Лист	Листов
Провер.	Г.Б.Яковиева							
						группа		
						65		



					<b>ПЗ 07. 23.02.06.</b>	Лист
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>		

**Контрольные вопросы:**

1.Какие деформации возникают при кручении? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

2.Какие гипотезы выполняются при деформации кручения? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

3.Изменяются ли длина и диаметр вала после скручивания? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Какие внутренние силовые факторы возникают при кручении? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Что такое рациональное расположение колес на валу? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Как изменится напряжение в сечении, если диаметр вала уменьшить в два раза? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Проведены расчеты вала на прочность и жесткость. Получено: диаметр вала из расчета на прочность 65 мм, диаметр вала из расчета на жесткость 70 мм. Каким должен быть вал? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Как изменится угол закручивания вала, если крутящий момент увеличить в 4 раза, а диаметр уменьшить в 2 раза? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Напишите условия прочности и жесткости при кручении. \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

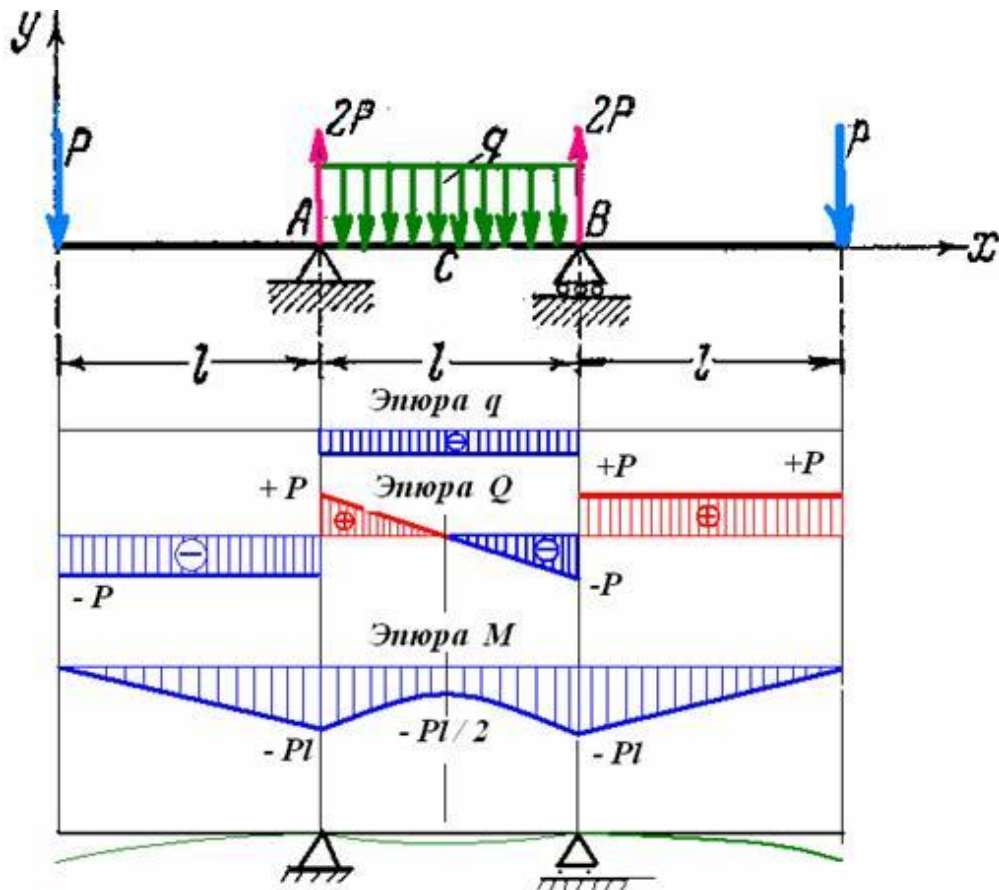
Чему равен крутящий момент в сечении? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

					ПЗ 07. 23.02.06.	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

Практическое занятие 8

Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов.  
Выполнение расчетов на жесткость при изгибе



## Практическое занятие 8

### Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов.

К выполнению задания необходимо приступить после изучения темы 4.6. Изгиб.

**Цель:** научиться строить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов в случае приложения сосредоточенных и распределенных нагрузок.

Образовательные результаты, соответствующие ФГОС: ОК 1 - ОК 8;

ПК1.1; 1.2; 2.3; 3.2

#### Краткое теоретическое обоснование

Стержень, работающий на изгиб, называется *балкой*. В сечениях балок, нагруженных вертикальными нагрузками, возникают, как правило, два внутренних силовых фактора - поперечная сила  $Q_y$  и изгибающий момент  $M_x$ .

**Поперечная сила  $Q$**  в сечении численно равна алгебраической сумме проекций внешних сил, приложенных по одну сторону от рассматриваемого сечения, на поперечную (вертикальную) ось.

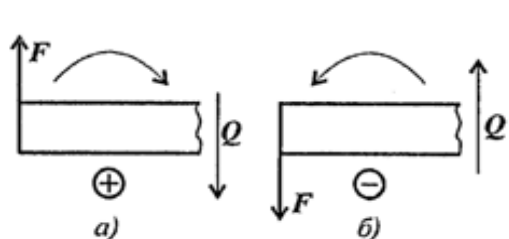


Рис. 29.4

**Знаки поперечных сил.** Поперечная сила в сечении считается *положительной*, если она стремится *развернуть сечение по часовой стрелке* (рис. 29.4а), если *против* - *отрицательной* (рис. 29.4б).

**Изгибающий момент  $M_x$**  в сечении численно равен алгебраической сумме моментов внешних сил, приложенных по одну сторону от рассматриваемого сечения, относительно оси  $x$ , проходящей через данное сечение.

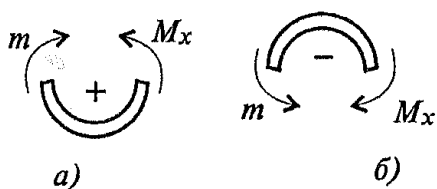


Рис. 29.5

**Знаки изгибающих моментов** Если действующие на участке внешние силы стремятся изогнуть балку выпуклостью вниз, то изгибающий момент считается *положительным* (рис. 29.5а), если наоборот - *отрицательным* (рис. 29.5б).

#### Выводы

При чистом изгибе в поперечном сечении балки возникает только изгибающий момент, постоянный по величине.

При поперечном изгибе в сечении возникает изгибающий момент и поперечная сила.

Изгибающий момент в произвольном сечении балки численно равен алгебраической сумме моментов всех внешних сил, приложенных к отсечённой части, относительно рассматриваемого сечения.

Поперечная сила в произвольном сечении балки численно равна алгебраической сумме проекций всех внешних сил, действующих на отсечённой части на соответствующую ось.

## Дифференциальные зависимости между $q$ , $Q_y$ , $M_x$

Указанные зависимости используются при построении эпюр  $Q_y$  и  $M_x$ , поэтому приведем их здесь без соответствующего вывода, который дается в лекционном курсе.

$$\left. \begin{aligned} q &= \frac{dQ_y}{dz}; \\ Q_y &= \frac{dM_x}{dz}; \end{aligned} \right\} \Rightarrow q = \frac{d^2M_x}{dz^2}.$$

### Алгоритм выполнения

1. Для участка балки с равномерно распределенной нагрузкой поперечная сила  $Q$  изменяется по линейному закону, эпюра ограничена наклонной прямой. Изгибающий момент изменяется по квадратичному закону, эпюра  $M_x$  ограничена параболой второго порядка.

2. В сечении, где эпюра  $Q$  переходит через ноль (наклонная линия пересекает ось абсцисс), изгибающий момент экстремален: касательная к эпюре  $M_x$  в этом месте параллельна оси абсцисс.

3. Параболическая и прямолинейная части эпюры моментов там, где кончается или начинается распределенная нагрузка, сопрягаются плавно, без излома, если в соответствующем сечении к балке не приложена сосредоточенная сила.

4. Если распределенная нагрузка направлена вниз, то эпюра момента очерчена параболой, обращенной выпуклостью вверх.

5. Из теоремы Журавского следует:

- если на участке  $Q > 0$ ,  $M_x$  растет;

- если на участке  $Q < 0$ ,  $M_x$  убывает;

- если на участке  $Q = 0$ , изгибающий момент постоянен (чистый изгиб);

- если в точке  $Q = 0$ , изгибающий момент достигает экстремального значения ( $M_x^{\min}$  или  $M_x^{\max}$ ).

**Пример 1.** Одноопорная балка нагружена сосредоточенными силами и распределенной нагрузкой (рис. 31.1).

Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

### Решение

Задачу решаем с помощью составления уравнений поперечных сил и изгибающих моментов в поперечных сечениях балки.

При проверке эпюр используем дифференциальные зависимости между интенсивностью распределенной нагрузки, поперечной силой и изгибающим моментом:

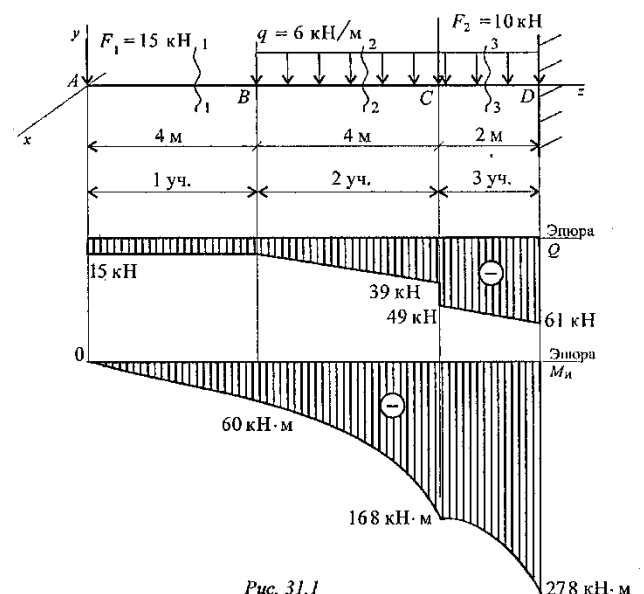


Рис. 31.1

1. Производная от поперечной силы по длине балки равна интенсивности распределенной нагрузки

$$\frac{dQ}{dz} = q.$$

2. Производная изгибающего момента по длине балки равна поперечной силе

$$\frac{dM_x}{dz} = Q.$$

Рассмотрим участок 1, сечение 1.

Поперечная сила  $Q_1 = -F_1 = -15$  кН.

По принятому правилу знаков поперечная сила отрицательна и постоянна на этом участке.

Изгибающий момент  $M_{x1} = -F_1 z_1$ .

$0 \leq z_1 \leq 4$  м:  $M_A = 0$ ;  $M_B = -15 \cdot 4 = -60$  кН·м.

Рассмотрим участок 2, сечение 2.

Поперечная сила  $Q_2 = -F_1 - q(z_2 - 4)$ .

$4 \text{ м} \leq z_2 \leq 8$  м:  $Q_B = -F_1 = -15$  кН;  $Q_C^{\text{слева}} = -39$  кН.

Поперечная сила изменяется по линейному закону.

Изгибающий момент  $M_{x2} = -F_1 z_2 - \frac{q(z_2 - 4)^2}{2}$

$4 \text{ м} \leq z_2 \leq 8$  м:

при  $z_2 = 4$  м изгибающий момент  $M_B = -60$  кН·м. В точке  $B$  нет внешнего момента, поэтому изгибающий момент слева и справа от точки  $B$  одинаков. В этом случае рассчитывать его дважды не следует;

при  $z_2 = 8$  м  $M_C = -15 \cdot 8 - \frac{6 \cdot 4^2}{2} = -168$  кН·м.

Рассмотрим участок 3, сечение 3.

В точке  $C$  приложена внешняя сила  $F_2$ . На эпюре должен быть скачок, равный приложенной силе; на эпюре моментов должен быть излом.

Поперечная сила на участке 3:  $Q_3 = -F_1 - q(z_3 - 4) - F_2$ ;

при  $z_3 = 8$  м  $Q_C^{\text{справа}} = -15 - 6 \cdot 4 - 10 = -49$  кН;

точка  $C$ :  $Q_C^{\text{слева}} = 39$  кН;  $Q_C^{\text{справа}} = 49$  кН;

при  $z_3 = 10$  м  $Q_D = -15 - 6 \cdot 6 - 10 = -61$  кН.

Поперечная сила изменяется по линейному закону.

Изгибающий момент  $M_{x3} = -F_1 z_3 - \frac{q(z_3 - 4)^2}{2} - F_2(z_3 - 8)$ .  $8 \text{ м} \leq z_3 \leq 10 \text{ м}$ :

при  $z_3 = 10$  м  $M_D = -15 \cdot 10 - \frac{6(10^2 - 4)^2}{2} - 10(10 - 8) = -278$  кН·м.

На участках 2 и 3 эпюра изгибающих моментов ограничена квадратичной параболой.

По полученным результатам, учитывая дифференциальные зависимости между поперечной силой и изгибающим моментом, строим эпюры  $Q$  и  $M_x$ . На втором и третьем участках поперечная сила не имеет нулевых значений, поэтому на эпюре моментов нет экстремумов.

**Пример 2.** На двухопорную балку действуют сосредоточенные силы и моменты (рис. 30.4). Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

$\sum_0^n F_{ky} = 0$  Для двухопорной балки построение эпюр начинают с определения опорных реакций балки. Для их определения используем систему уравнений равновесия, составляем два уравнения моментов относительно шарнирных опор. Затем проводим проверку правильности решения по уравнению

### Решение

1. Определение реакций в опорах.

$$\begin{aligned} \sum m_A = 0; & -F_1 \cdot 6 + m - R_B \cdot 10 + F_2 \cdot 12 = 0; \\ & -35 \cdot 6 + 80 - R_B \cdot 10 + 70 \cdot 12 = 0; \\ & R_B \cdot 10 = -210 + 80 + 840; \\ & R_B = 71 \text{ кН}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum m_B = 0; & R_A \cdot 10 + F_1 \cdot 4 + m + F_2 \cdot 2 = 0; \\ & R_A \cdot 10 + 80 + 35 \cdot 4 + 70 \cdot 2 = 0; \\ & R_A \cdot 10 = -80 - 140 - 140 = -360; \\ & R_A = -36 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Реакция в опоре направлена в обратную сторону.

### Проверка:

$$\begin{aligned} \sum F_y = 0; \\ -R_A + F_1 + R_B - F_2 = 0; \quad -36 + 35 + 71 - 70 = 0. \end{aligned}$$

Реакции определены верно.

2. Для упрощения расчетов при построении эпюр поперечных сил и изгибающих моментов можно провести расчет по *характерным, точкам*, без составления уравнений.

Для этого используют известные связи между поперечной силой и изгибающим моментом и правила построения эпюр..

**Участок 1** (от точки А до точки С).

В точке А приложена реакция  $R_A$ , направленная вниз. Поперечная сила на участке постоянна:  $Q_I = R_A = -36$  кН.

Момент в точке А равен нулю.

Точка С (слева). Приложена внешняя сила  $F_1 = 35$  кН, направленная вверх, - здесь возникнет скачок вверх на величину 35 кН.

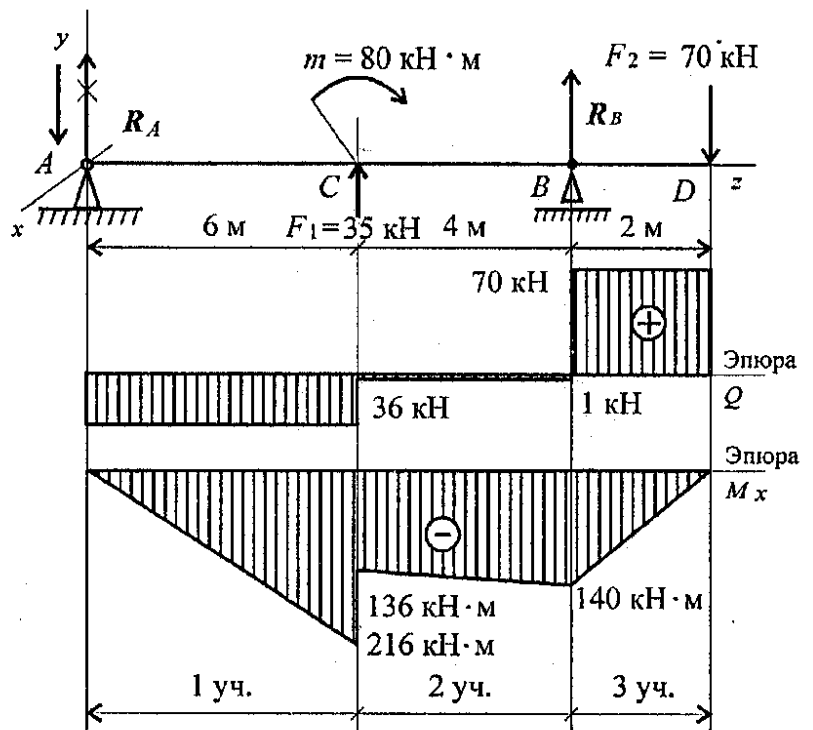


Рис. 30.4



Момент в точке  $C$  (слева) может быть рассчитан по известной зависимости  $M_C^{слева} = R_A \cdot 6$ ;  $M_C^{слева} = -36 \cdot 6 = -216$  кН·м.

**Участок 2** (от точки  $C$  справа до точки  $B$ ).

Поперечная сила в точке  $C$  (справа) равна  $Q_c = -R_A + F_1$ ;  $Q_c = -36 + 35 = -1$  кН.

В точке  $C$  приложена внешняя пара сил с моментом  $80$  кН·м, следовательно, здесь проявляется скачок на величину приложенного момента:  $M_C^{справа} = M_C^{слева} + m$ ;  
 $M_C^{справа} = -216 + 80 = 136$  кН·м.

Поперечная сила на втором участке постоянна:  $Q_c = Q_c^{справа}$ .

Момент в точке  $B$  определяется по зависимости  $M_B = -R_A \cdot 10 + F_1 \cdot 4 + m$ ;  
 $M_B = -36 \cdot 10 + 35 \cdot 4 + 80 = -140$  кН·м.

Справа и слева от точки  $B$  момент имеет одинаковые значения.

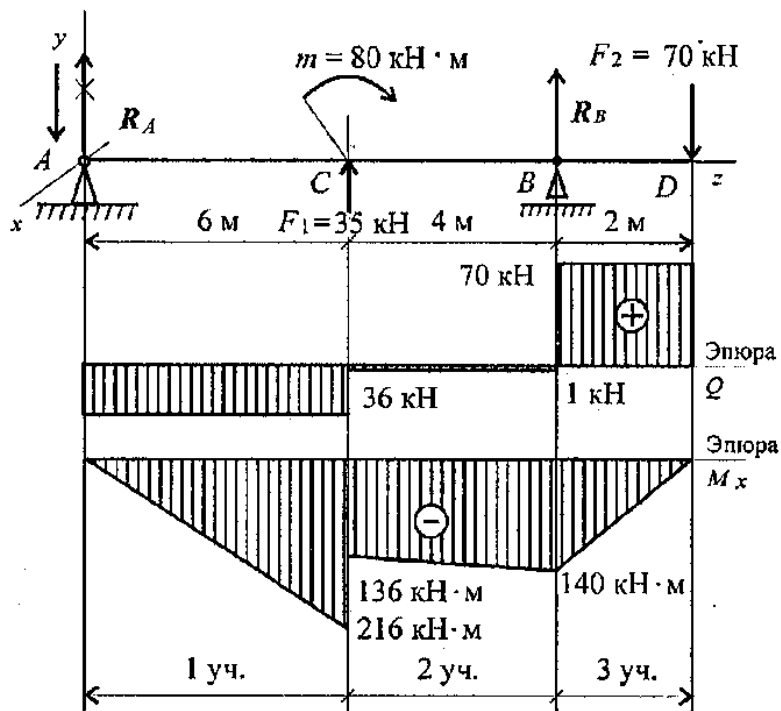


Рис. 30.4

**Участок 3** (от точки  $B$  (справа) до точки  $D$ ).

В точке  $B$  приложена внешняя сила  $R_B$ . Здесь появляется скачок на величину  $71$  кН,  $Q_B = -1 + 71 = 70$  кН.

Дальше по участку поперечная сила не изменяется.

Момент в точке  $D$  равен нулю, т. к. здесь не приложена внешняя пара сил:  $M_D = 0$ .

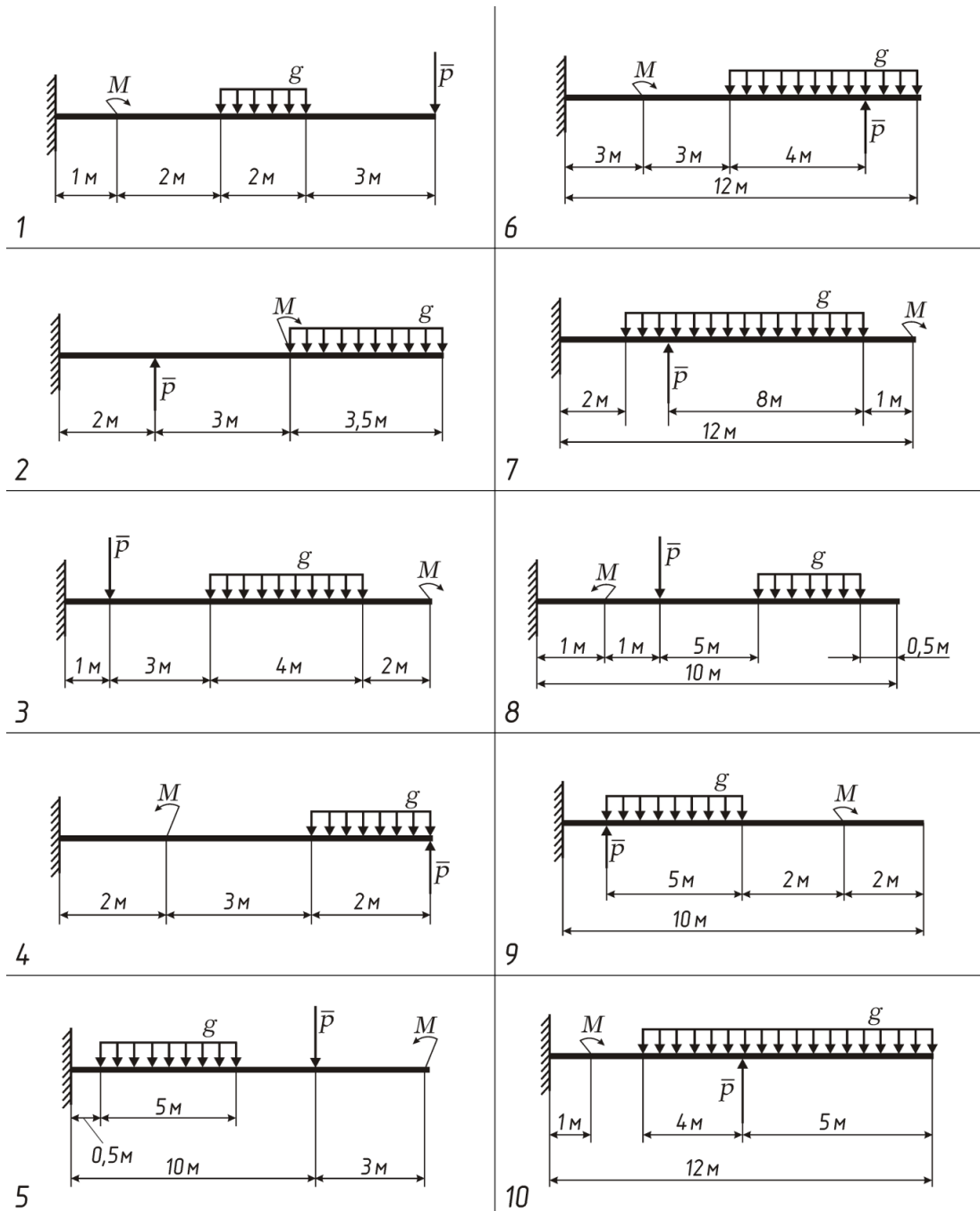
Рассмотрение поперечных сил и изгибающих моментов можно было провести и справа налево. По полученным значениям сил и моментов строим эпюры (эпюры под схемой вала, рис. 30.4)

**Задание 1.** Для одноопорной балки, нагруженной сосредоточенными силами и парой сил с моментом, построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. Данные взять из таблицы 8, схема 8.

Таблица 8

Исходные данные	вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
№ схемы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P, кН	5	7	9	10	12	8	4	15	11	16
g, кН/м	3	4	5	6	7	8	9	2	4	5
M, кН · м	12	13	15	16	19	18	11	10	9	7

Схема 8



**Цель:** \_\_\_\_\_

**Оборудование** (приборы, материалы, дидактическое обеспечение) \_\_\_\_\_

**Дано:** \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

**Определить:** \_\_\_\_\_

**Решение**

					<b>ПЗ 08.23.02.06</b>			
<i>И</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>				
<i>Разраб.</i>					<i>Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов.</i>	<i>Лит.</i>	<i>Лист</i>	<i>Листов</i>
<i>Провер.</i>	<i>Яковиева Г.Б.</i>							
						<i>группа</i> 75		

ПЗ 08.23.02.06

<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>

### Контрольные вопросы:

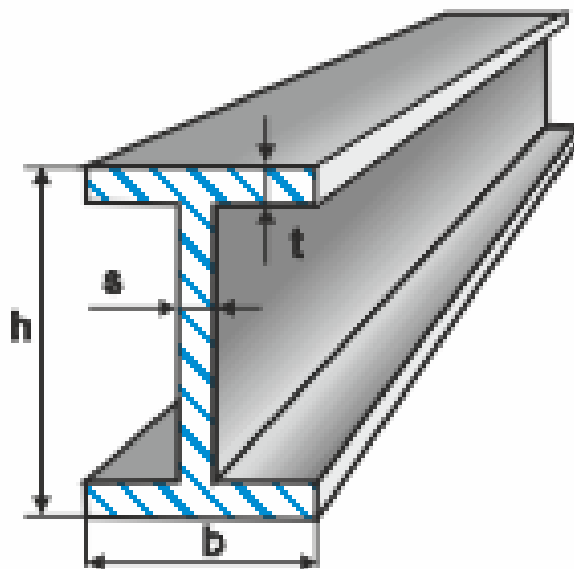
1. Напишите формулу для определения нормального напряжения при изгибе в любой точке поперечного сечения. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
2. Напишите формулы для определения момента инерции и момента сопротивления для прямоугольника. Что характеризуют эти величины? Укажите единицы измерения этих величин. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
3. Напишите условие прочности при изгибе. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
4. Как принято называть брусья, работающие на прямой изгиб? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
5. Чем характеризуется изгиб? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
6. В поперечном сечении балки возникли изгибающий момент и поперечная сила. Укажите вид изгиба? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
7. Какой изгиб называют плоским? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
8. Какой изгиб называется косым? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
9. Какие два внутренних силовых фактора возникают в прямом поперечном изгибе? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
10. Чему равен изгибающий момент? Чему равна поперечная сила? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ ИМПЕРАТОРА АЛЕКСАНДРА I»  
(ФГБОУ ВО ПГУПС)  
ПЕТРОЗАВОДСКИЙ ФИЛИАЛ

## Практическое занятие 9

### Расчёт на жёсткость при изгибе



## Практическое занятие 9

### Подбор поперечного сечения балки

К выполнению задания необходимо приступить после изучения темы 4.6. Изгиб.

**Цель:** научиться строить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов в случае приложения сосредоточенных и распределенных нагрузок.

Подбирать сечения балки из условия на прочность.

Образовательные результаты, соответствующие ФГОС: ОК 1 - ОК 8;

ПК1.1; 1.2; 2.3; 3.2

#### Краткое теоретическое обоснование

##### Рациональные сечения при изгибе

Определим рациональные сечения при изгибе, для этого сравним моменты сопротивления простейших сечений.

Осей момент инерции прямоугольника (рис. 32.4, вывод формулы в лекции 25) равен

$$J_x = \frac{bh^3}{12}.$$

Осей момент сопротивления

$$W_x = \frac{J_x}{h/2} = \frac{bh^2}{6}.$$

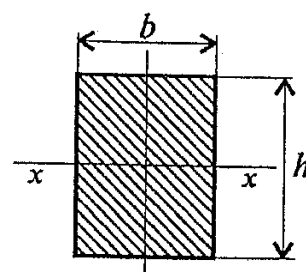


Рис. 32.4

прямоугольника

Сравним сопротивление изгибу двух прямоугольных сечений (рис. 32.5).

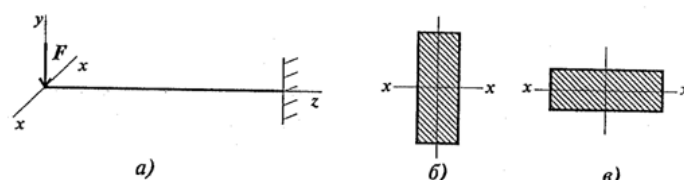


Рис. 32.5

Вариант на рис. 32.5б обладает большим сопротивлением изгибу при прочих равных условиях.

Осей момент инерции круга (рис. 32.6) равен

$$J_x = \frac{\pi d^4}{64}.$$

Осей момент сопротивления круга

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32}.$$

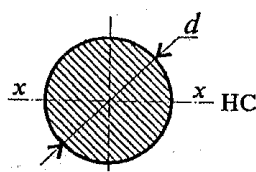


Рис. 32.6

Все необходимые расчетные данные (площади, моменты инерции и сопротивления) стандартных сечений приводятся в таблицах стандартов (приложение 1).

Для материалов, одинаково работающих на растяжение и сжатие, выбирают сечения, симметричные относительно оси, вокруг которой совершается изгиб (рис. 32.7).

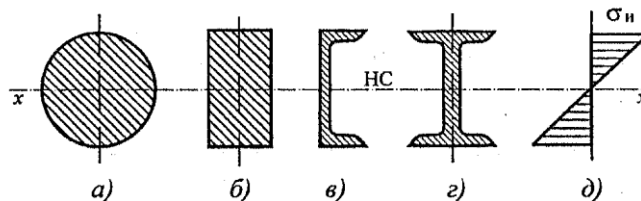


Рис. 32.7

## Алгоритм выполнения

**1. Определение реакций опор.** Для определения реакций необходимо составить уравнения равновесия. Уравнения равновесия целесообразно составлять в виде суммы моментов от всех сил, действующих на балку, относительно каждой опоры. В этом случае в уравнениях будет присутствовать только одна неизвестная и уравнения можно решать независимо друг от друга. Предварительно обе реакции

направляем вверх.  $\sum M_A = 0 \quad \sum M_B = 0$

Производим проверку расчёта реакций на ось «У»

### **2. Построение эпюр внутренних сил.**

Делим балку на участки. Границами участков являются края балки и сечения, в которых приложены внешние силы, моменты и расположены края погонной нагрузки. Значения внутренних сил для всех участков балки находим методом сечений. Уравнения для определения поперечной силы  $Q$  и изгибающего момента  $M$  составляем используя правила: поперечная сила равна алгебраической сумме внешних поперечных сил, действующих на оставшуюся часть; изгибающий момент равен алгебраической сумме моментов от внешних поперечных сил, действующих на оставшуюся часть, относительно места разреза балки. Знаки слагаемых в формулах для вычисления  $Q$  и  $M$  находим по правилам: если внешняя сила создает момент относительно места разреза, направленный по ходу часовой стрелки, то она является положительной; в том случае, когда внешний момент изгибает балку выпуклостью вниз, он положителен.

### **3. По результатам расчёта строим эпюры $Q$ и $M$ .**

Выполняем проверку эпюр, используя следующие правила.

#### **Эпюра $Q$**

1. В том сечении, где приложена сила, на эпюре должен быть скачок на величину этой силы. При движении по эпюре слева направо направление скачка должно совпадать с направлением силы.

2. Если участок не нагружен погонной нагрузкой, то эпюра является прямой горизонтальной линией. При действии на участке погонной нагрузки эпюра представляет собой прямую наклонную линию.

3. Если  $q < 0$  (нагрузка направлена вниз), то поперечная сила слева направо уменьшается. При  $q > 0$  (нагрузка направлена вверх) поперечная сила слева направо увеличивается.

#### **Эпюра $M$**

1. В том сечении, где приложен момент, на эпюре должен быть скачок на величину этого момента. При движении по эпюре слева направо при действии момента против хода часовой стрелки скачок должен быть направлен вниз, а при действии момента по ходу часовой стрелки – вверх.

2. Если участок не нагружен погонной нагрузкой, то эпюра является прямой линией. При нагружении участка погонной нагрузкой эпюра представляет собой параболу. Парабола должна быть выгнута навстречу к погонной нагрузке.



3. При  $Q < 0$  изгибающий момент слева направо уменьшается. Если  $Q > 0$ , то изгибающий момент слева направо увеличивается.

В том сечении, где  $Q = 0$ , на эпюре должна быть точка экстремума. При  $q < 0$  (нагрузка направлена вниз) на эпюре расположена точка максимума, а при  $q > 0$  (нагрузка направлена вверх) – точка минимума

#### 4. Подбор сечений.

##### 4.1. Подбор двутавра

Для определения номера двутавра используем условие прочности при изгибе

$$W_x \geq \frac{M_{\text{изг.к}}}{[\sigma]}$$

По эпюре  $M$  находим максимальный изгибающий момент. Выбираем двутавр с ближайшим большим к расчетному моментом сопротивлению по стандарту.

##### 4.2. Подбор прямоугольного сечения.

Осевой момент сопротивления прямоугольника (рис. 9) равен

$$W_x = \frac{bh^3}{6} = \frac{a(2a)^3}{6} = \frac{2}{3}a^3.$$

Тогда из условия прочности при изгибе находим

$$a \geq \sqrt[3]{\frac{3M_{\text{изг.к}}}{2[\sigma]}}$$

Принимаем  $a$

Вычисляем площадь прямоугольника

Балка будет наиболее экономичной (будет иметь наименьшую стоимость, объем, вес) с тем сечением, которое имеет наименьшую площадь. Сопоставляя площади делаем вывод, какое сечение является наиболее экономичным.

(Наиболее экономичным сечением является то, у которого наименьшая площадь сечения)

**Пример 1** Подобрать размеры сечения балки в виде двутавра. Известна схема нагружения балки (рис. 32.9), материал - сталь, допустимое напряжение материала при изгибе  $[\sigma_p] = [\sigma_c] = 160$  МПа.

#### Решение

1. Для заземленной балки реакции в опоре определять не следует.

Проводим расчеты по характерным точкам. Размеры сечения подбираем из расчета по нормальным напряжениям. Эпюру поперечных сил строить необязательно.

Определяем моменты в характерных точках.

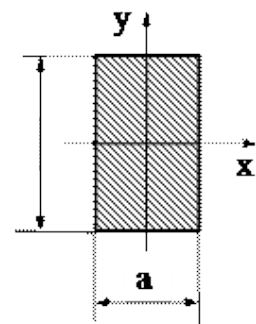


Рис. 9

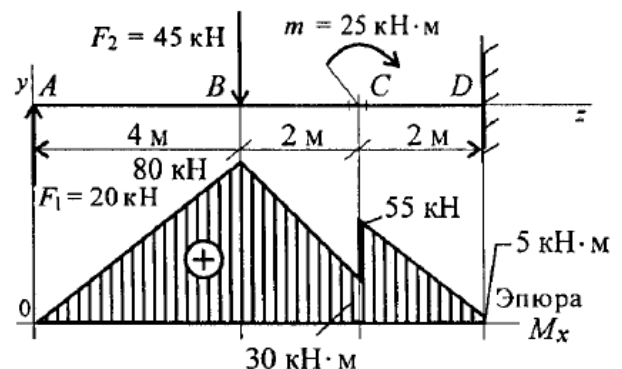


Рис. 32.9

$$M_A = 0; M_B = F_1 \cdot 4; M_B = 20 \cdot 4 = 80 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

В точке  $C$  приложен внешний момент пары, поэтому расчет проводим для левого сечения (без момента) и для правого - с моментом  $m$ .

$$M_C^{лев} = F_1 \cdot 6 - F_2 \cdot 2; \quad M_C^{лев} = 20 \cdot 6 - 45 \cdot 2 = 30 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Момент положительный.  $M_C^{прав} = M_C^{лев} + m; M_C^{прав} = 30 + 25 = 55 \text{ кН} \cdot \text{м}.$

Момент в заделке  $M_D = F_1 \cdot 8 - F_2 \cdot 4 + m; M_D = 20 \cdot 8 - 45 \cdot 4 + 25 = 5 \text{ кН} \cdot \text{м}.$

Выбираем соответствующий масштаб по максимальному значению изгибающего момента.

Опасное сечение - сечение балки, где действует максимальный момент. Подбираем размеры балки в опасном сечении по условию прочности

$$\sigma_u^{max} = \frac{M_u}{W_x} \leq [\sigma_u]; \quad W_x \geq \frac{M_B}{[\sigma_u]};$$

$$W_x = \frac{80 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{160} = 500 \cdot 10^3 \text{ мм}^3; \quad W_x \geq 500 \text{ см}^3.$$

Основываясь на значении  $W_x = 500 \text{ см}^3$  по таблице ГОСТ 8239-89 выбираем двутавр №30а: момент сопротивления  $W_x = 518 \text{ см}^3$ ; площадь сечения  $A = 49,9 \text{ см}^2$ .

Для сравнения рассчитаем размеры балки квадратного сечения (рис. 32.10) при том же моменте сопротивления сечения.

$$W_x = \frac{bh^2}{6}; \quad b = h; \quad W_x = \frac{b^3}{6}.$$

$$W_x = 500 \text{ см}^3 = \frac{b^3}{6}; \quad b \geq \sqrt[3]{6W_x}.$$

Сторона квадрата  $b \geq \sqrt[3]{6 \cdot 500} \approx 14,5 \text{ см}.$

Площадь сечения балки  $A = b^2 = 14,5^2 = 210,2 \text{ см}^2.$

$$\frac{A_{\text{квадрата}}}{A_{\text{двутавра}}} = \frac{210,2}{49,9} = 4,2.$$

Балка квадратного сечения в 4 раза тяжелее.

**Пример 2.** Подобрать поперечное сечение балки.

**Решение:**

Определяют опорные реакции балки.

$$\sum M_A(F_i) = 0; \quad 3q \cdot 1,5 + M + F \cdot 5 - V_B \cdot 6 = 0;$$

$$\sum M_B(F_i) = 0; \quad V_A \cdot 6 + 3q \cdot 4,5 + M - F \cdot 1 = 0;$$

$$V_B = \frac{3q \cdot 1,5 + M + F \cdot 5}{6} = \frac{3 \cdot 10 \cdot 1,5 + 20 + 20 \cdot 5}{6} = 27,5 \text{ кН}$$

$$V_A = \frac{3q \cdot 4,5 - M + F \cdot 1}{6} = \frac{3 \cdot 10 \cdot 4,5 - 20 + 20 \cdot 1}{6} = 22,5 \text{ кН}$$

Проверка:  $\sum Y_A = 0; V_A - F + V_B = 22,5 - 3 \cdot 10 - 20 + 27,5 = 50 - 50 = 0$

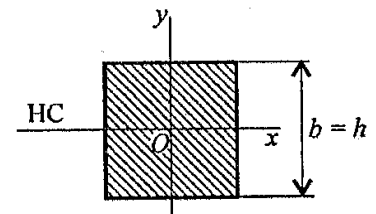
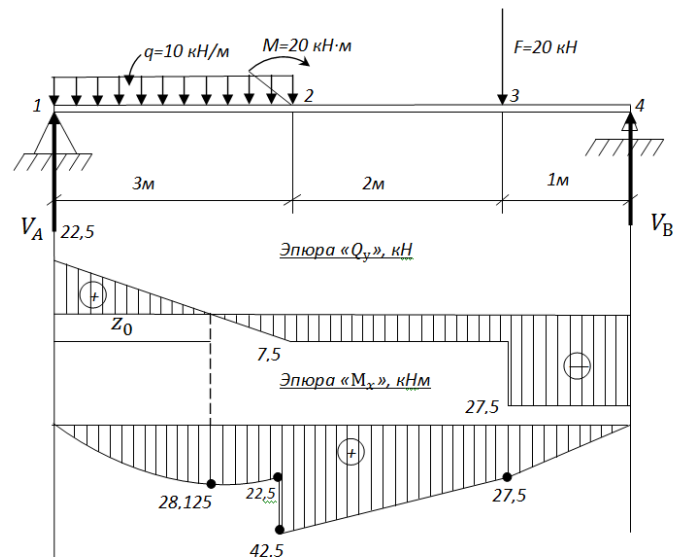


Рис. 32.10



Опорные реакции найдены верно.

Определяют поперечные силы в характерных точках балки и строят эпюру поперечных сил.

$$Q_1^{\text{прав.}} = V_A = 22,5 \text{ кН};$$

$$Q_2 = V_A - q \cdot 3 = 22,5 - 10 \cdot 3 = -7,5 \text{ кН};$$

$$Q_3^{\text{лев.}} = Q_2 = -7,5 \text{ кН};$$

$$Q_3^{\text{прав.}} = V_A - q \cdot 3 - F = 22,5 - 10 \cdot 3 - 20 = -27,5 \text{ кН};$$

$$Q_4^{\text{лев.}} = Q_3^{\text{прав.}} = -27,5 \text{ кН}.$$

Определим положение сечения, в котором поперечная сила равна нулю:

$$Q_{z_0} = V_A - q \cdot z_0 = 0; \quad z_0 = \frac{V_A}{q} = \frac{22,5}{10} = 2,25 \text{ м}.$$

Определяют изгибающие моменты в характерных точках балки и строят эпюру изгибающих моментов.

$$M_1 = 0;$$

$$M_2^{\text{лев.}} = V_A \cdot 3 - q \cdot 3 \cdot 1,5 = 22,5 \cdot 3 - 10 \cdot 3 \cdot 1,5 = 22,5 \text{ кНм};$$

$$M_2^{\text{прав.}} = V_A \cdot 3 - q \cdot 3 \cdot 1,5 + M = 22,5 \cdot 3 - 10 \cdot 3 \cdot 1,5 + 20 = 42,5 \text{ кНм};$$

$$M_3 = V_A \cdot 5 - q \cdot 3 \cdot 3,5 + M = 22,5 \cdot 5 - 10 \cdot 3 \cdot 3,5 + 20 = 27,5 \text{ кН};$$

$$M_4 = V_A \cdot 6 - q \cdot 3 \cdot 4,5 + M - F \cdot 1 = 22,5 \cdot 6 - 10 \cdot 3 \cdot 4,5 + 20 - 20 \cdot 1 = 0$$

Определим значения изгибающего момента сечения  $z_0$  (вершина параболы):

$$M_{z_0} = \frac{V_A \cdot z_0 - q \cdot z_0^2}{2} = \frac{22,5 \cdot 2,25 - 10 \cdot 2,25^2}{2} = 28,1 \text{ кНм}$$

По эпюре изгибающихся моментов определяем положение опасного сечения балки сечения, в котором изгибающийся момент имеет наибольшее значение по абсолютной величине. В нашем случае:

$$M_{\text{max}} = M_2 = 42,5 \text{ кНм}$$

Из условия прочности балки на изгиб.

$$\delta = \frac{M_{\text{max}}}{W_x} \leq [\delta_{\text{н}}] - \text{вычислим необходимый осевой момент сопротивления.}$$

$$W_x = \frac{M_{\text{max}}}{[\delta_{\text{н}}]} = \frac{42,5 \cdot 10^6 \text{ Н/мм}}{160 \text{ Н/мм}^2} = 0,265 \cdot 10^6 \text{ мм}^3 = 265 \text{ см}^3$$

В соответствии с ГОСТ 8239 – 89 принимаем сечение из стального двутавра № 24 с  $W_x = 289 \text{ см}^3$ .

$$\delta_{\text{max}} = \frac{M_{\text{max}}}{W_x \text{ ГОСТ}} = \frac{42,5 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}}{289 \cdot 10^3 \text{ М} \cdot \text{М}^3} = 147 \text{ МПа} \text{ Получили недонапряжение.}$$

$$\delta = \frac{\delta_{\text{max}} - [\delta_{\text{н}}]}{[\delta_{\text{н}}]} \cdot 100\% = \frac{147 - 160}{160} \cdot 100\% = 8,1\% < 15\%$$

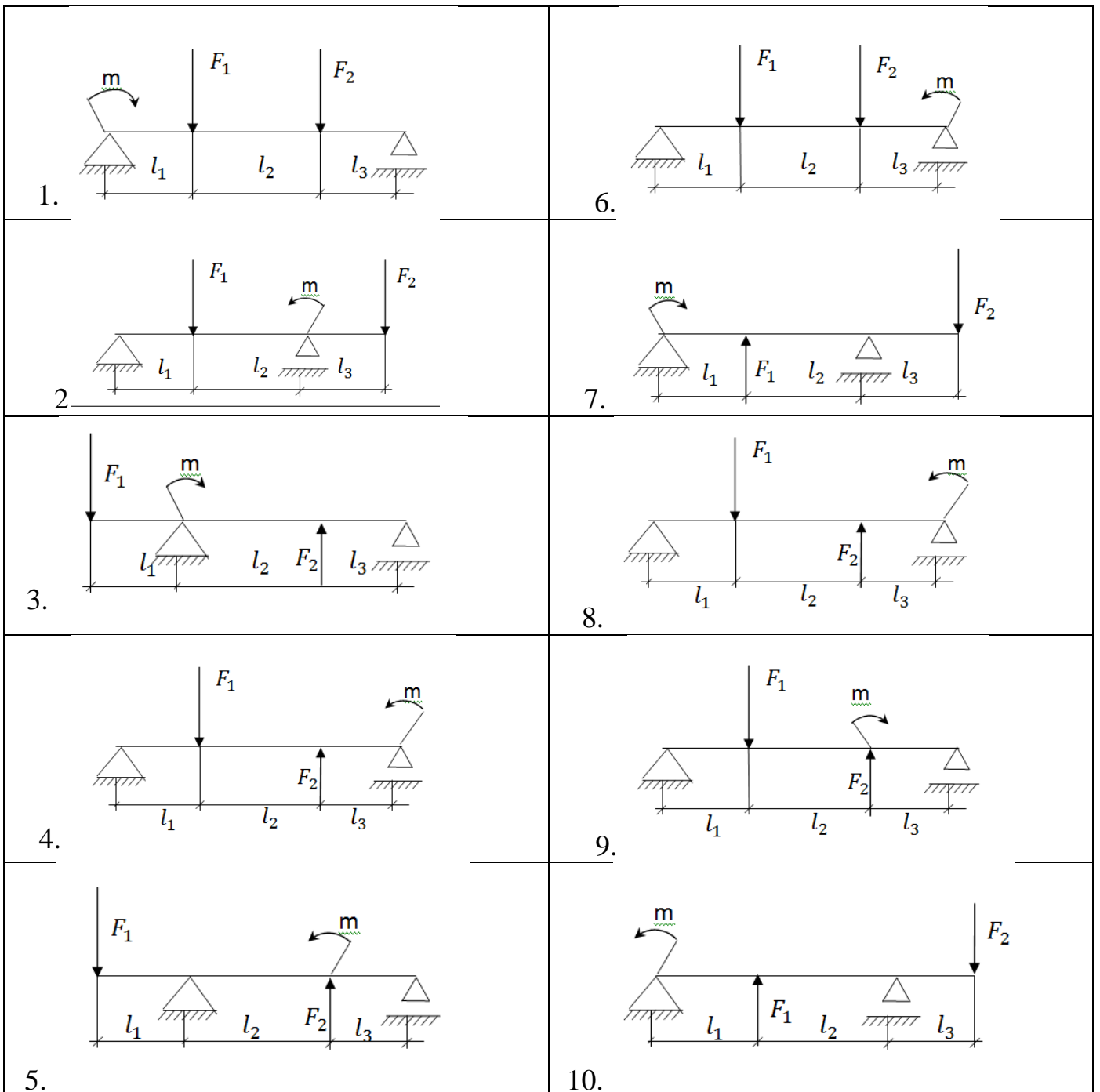
что находится в разрешенных пределах. Сечение балки двутавр № 24.

**Задание** Для двухопорной балки построить эпюры изгибающихся моментов и поперечных сил, подобрать сечение стального двутавра. Расчет произвести по допустимым напряжениям, приняв  $[\delta] = 160 \text{ МПа}$ . Данные для задачи своего варианта взять из таблицы 9

Таблица 9

№ схемы	вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$F_1, \text{кН}$	30	40	50	60	45	35	25	20	15	40
$F_2, \text{кН}$	40	50	40	30	25	40	35	60	35	30
$M, \text{кН} \cdot \text{м}$	20	40	30	25	35	45	15	50	20	15
$l_1, \text{м}$	2	4	5	2	3	1	2	1	4	1
$l_2, \text{м}$	6	4	3	3	3	5	6	3	4	4
$l_3, \text{м}$	2	2	2	5	4	5	3	3	3	4

Схема 9



Цель: \_\_\_\_\_

Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение) \_\_\_\_\_

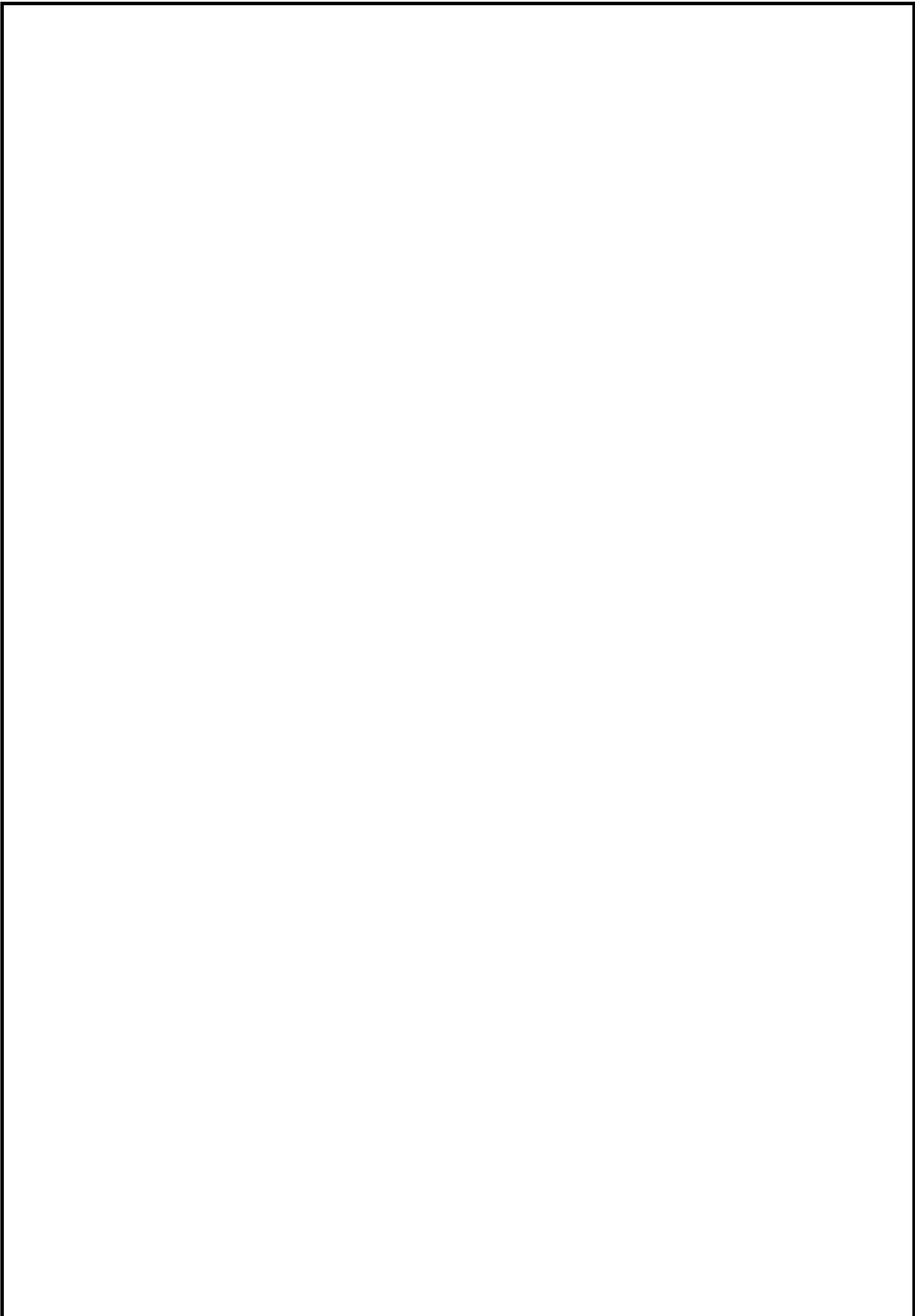
Компьютерная программа (если используется): Наименование программы \_\_\_\_\_

Дано: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Определить: \_\_\_\_\_

Решение

					<b>ПЗ 09. 23.02.06.</b>			
<i>И</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>				
<i>Разраб.</i>					<i>Расчёт на жёсткость при изгибе.</i>	<i>Лит.</i>	<i>Лист</i>	<i>Листов</i>
<i>Провер.</i>		<i>Яковиева Г.Б.</i>						
						<i>группа</i> 85		



					<b>ПЗ 09. 23.02.06.</b>	86
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>		

### Контрольные вопросы:

1. Напишите формулу для определения нормального напряжения при изгибе в любой точке поперечного сечения. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

2. Напишите формулы для определения момента инерции и момента сопротивления для прямоугольника. Что характеризуют эти величины? Укажите единицы измерения этих величин. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

3. Напишите условие прочности при изгибе. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

4. Как принято называть брусья, работающие на прямой изгиб? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

5. Чем характеризуется изгиб? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

6. В поперечном сечении балки возникли изгибающий момент и поперечная сила. Укажите вид изгиба? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

7. Какой изгиб называют плоским? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

8. Какой изгиб называется косым? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

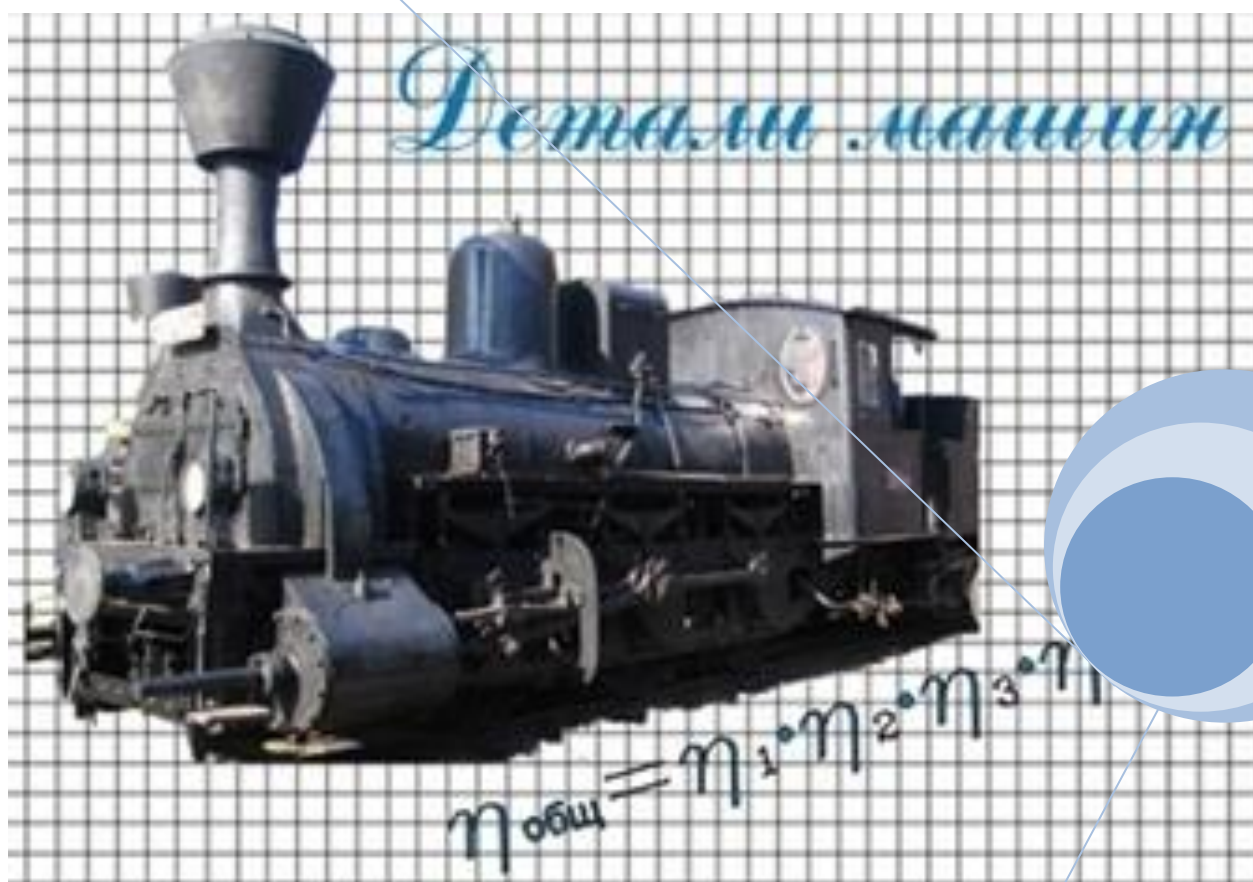
9. Какие два внутренних силовых фактора возникают в прямом поперечном изгибе? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

10. Чему равен изгибающий момент? Чему равна поперечная сила? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

					ПЗ 09. 23.02.06.	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

# РАЗДЕЛ 5

## Детали машин



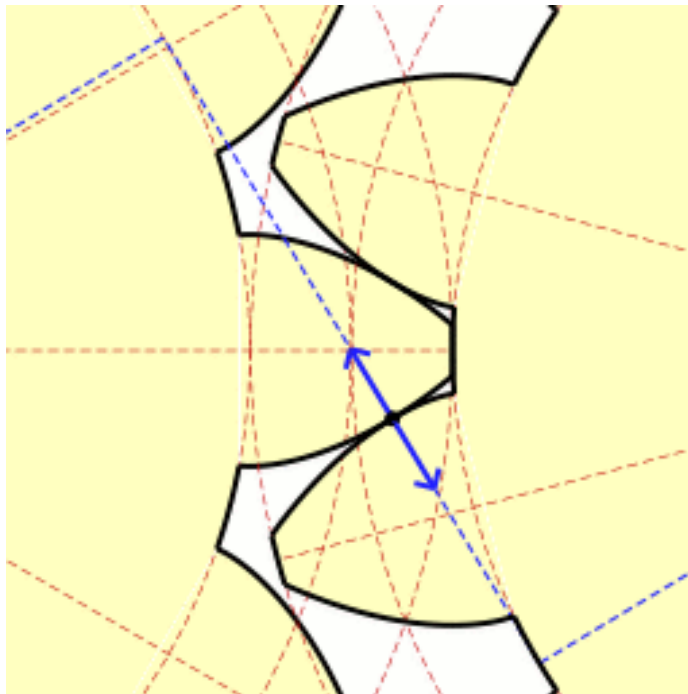


**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ ИМПЕРАТОРА АЛЕКСАНДРА I»  
(ФГБОУ ВО ПГУПС)  
ПЕТРОЗАВОДСКИЙ ФИЛИАЛ**

## **Практическое занятие 10**

**Выполнение расчёта прямозубых передач и определение параметров зубчатых колёс**



## Практическое занятие 10

### Выполнение расчёта прямозубых передач и определение параметров зубчатых колёс

К выполнению задания необходимо приступить после изучения темы 5.3. Передачи вращательного движения.

**Цель:** ознакомление с конструкцией и назначением зубчатых передач;

- составление кинематической схемы зубчатой передачи;
- научиться выполнять расчет на контактную прочность и изгиб;
- определять основные геометрические параметры.

Образовательные результаты, соответствующие ФГОС: ОК 1 - ОК 8;

ПК1.1; 1.2;.2.3;3.2

#### Краткое теоретическое обоснование

Механические передачи чаще всего передают вращательное движение, изменяют направление, частоту, плоскость вращения, вращающий момент. Частота вращения измеряется в об/мин ( $n$ ) и в радианах/с ( $\omega$ ). Во втором случае её ещё часто называют угловой скоростью. Между ними существует следующая зависимость:

$$\omega = 2 \pi n / 60 = \pi n / 30 \text{ рад/с или (1/сек.) Имеется ввиду, что в одном обороте } 2 \pi = 6,26 \text{ радиан, а в одной минуте } 60 \text{ секунд.}$$

Изменение частоты вращения выражают через передаточное отношение  $u_{12}$

$$u_{12} = \omega_1 / \omega_2 = n_1 / n_2, \text{ где } \omega_1 - \text{угловая скорость ведущего вала,} \\ n_1 - \text{частота вращения ведущего вала} \\ \omega_2 - \text{угловая скорость ведомого вала,} \\ n_2 - \text{частота вращения ведомого вала.}$$

Положительное значение принимается, если направление вращения валов меняется. Передаточное отношение зависит от размеров деталей передач (зубчатых колёс, шкивов и др.): большую частоту имеет меньшая деталь, меньшую частоту – большая, поэтому передаточное отношение через размеры выглядит так:

$$u_{12} = z_2 / z_1 = D_2 / D_1, \text{ где } Z - \text{число зубьев зубчатого колеса, звёздочки;} \\ D - \text{диаметр шкива, зубчатого колеса, звёздочки.}$$

Для многоступенчатой передачи передаточное отношение определяется перемножением передаточных чисел ступеней. Мы знаем, что мощность  $P$  – параметр, полученный как произведение параметра действия на параметр быстроты движения, а параметр действия при вращении – вращающий момент  $M$  и параметр быстроты вращения – угловая скорость  $\omega$ , то получим:

$$P = M \cdot \omega \text{ Нм} \cdot \text{1/с} = \text{Нм/с} = \text{Вт}$$

Коэффициент полезного действия  $\eta$  передачи показывает отношение мощности  $P_2$  ведомого вала к мощности  $P_1$  ведущего вала:

$$\eta = P_2 / P_1$$

Потери мощности  $P_2 - P_1$  необходимы для преодоления сопротивления в зацеплении, подшипниках, смазке, перемещений продуктов износа, смазки.

Рекомендуется при определении полезной мощности принимать следующие значения КПД, обусловленные степенью точности и чистоты обработки выпускаемых деталей:

Пары подшипников - $\eta_0 = 0,99$	зубчатой - $\eta_0 = 0,98$
Цепной передачи - $\eta_0 = 0,97$	червячной- $\eta_0 = 0,8$
Ременной - $\eta_0 = 0,96$	

Учитывая, что  $P_1 = M_1 \cdot \omega_1$ ;  $P_2 = M_2 \cdot \omega_2$ ; получим:

$$\eta = P_2 / P_1 = M_1 \cdot \omega_1 / M_2 \cdot \omega_2; \text{ и } M_2 = M_1 \cdot u_{12} \cdot \eta .$$

$u_{12} = (M_2 / M_1) \cdot \eta$  Это означает, что изменение вращательного момента измеряется также передаточным отношением. Коэффициент полезного действия привода, состоящего из нескольких передач (ступеней), определяют произведением КПД всех передач -  $\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_n$ , где 1,2,...,n – номера передач.  
 $n - 1,2, \dots, i$  - количество пар подшипников в приводе.

### Алгоритм выполнения

**1. Определить угловую скорость** тихоходного или быстроходного вала в зависимости от известной угловой скорости и заданного передаточного числа. Во избежание получения больших габаритов передачи не следует применять  $i > 6$  для механических передач и  $i > 10-12$  для ручных. При необходимости создания передачи с большим значением  $i$  следует применять двух – или трёхступенчатые передачи.

$$\omega_2 = \omega_1 / i, \text{ или } \omega_1 = \omega_2 / i; \text{ или } n_2 = n_1 / i; \text{ или } n_1 = n_2 / i;$$

**2. Выбрать материал шестерни и колеса** по таблице 1 и 2 приложения 1. Определить  $\sigma_b, \sigma_T, \sigma_{-1}$  и твёрдость НВ - приложение 2 таблица 3  
 Рекомендуемые сочетания марок стали шестерни и колеса при твёрдости НВ 350

### Рекомендуемые сочетания марок стали шестерни и колеса при твёрдости <НВ 350

Таблица 1.

шестерня	колесо	шестерня	колесо	шестерня	колесо	шестерня	колесо
45	35	50	Ст5	55	Ст6	50 Г	Ст6
	35Л		35		45		45
			45Л		55Л		55Л
40Х	50	30ХГС	35 Х	40 ХН	35Х	-	-
	55		40Х		40Х		
	40ГЛ		40ГЛ		40ГЛ		

## Рекомендуемые сочетания марок стали шестерни и колеса при твёрдости >HB 350

Таблица 2

шестерня	колесо	шестерня	колесо
45; 50	35; 40	40 ХН	35Х; 40Х
55; 50Г	40; 45; 50	15Х; 20Х	15Х; 20Х
35Х; 40Х	50; 55	12ХНЗА	12ХНЗА

**3. Определить допускаемые контактные напряжения** для колеса (материал колеса менее прочен, чем материал шестерни)  $[\sigma]_k = 2,75HB$

**4. Выбрать коэффициент ширины венца колеса** таблица 3  $\psi_a = b / a_w$

### Значения коэффициента ширины венца зубчатого колеса $\Psi_a$

Таблица 3

колёса	$\Psi_a$
Прямозубые	0,12 – 0,4
Косозубые	0,2 – 0,6
шевронные	0,4 – 1,2

*Примечание:* Большие значения для более точных и жёстких передач

**5. Выбрать (предварительно) коэффициент нагрузки K** ( в начале расчёта можно принимать  $K \approx 1,3$  при симметричном расположении зубчатых колёс и  $K \approx 1.5$  при несимметричном или консольном расположении колёс относительно опор).  $K = K_{дин} \cdot K_{киц}$ .

После определения размеров зубчатых колёс следует уточнить коэффициент нагрузки. При этом:

а).- коэффициент динамичности определяется в зависимости от степени точности зацепления, твёрдости поверхности зубьев колеса и окружной скорости.

б).- коэффициент концентрации нагрузки определяется в зависимости от степени точности зацепления, расположения зубчатых колёс относительно опор, относительной ширины зубчатых колёс, характера нагрузки и твёрдости поверхности зубьев. (таблицы 4 и 5)

**Значение коэффициента  $K_{дин}$  для расчёта прямозубых цилиндрических колёс**

Таблица 4.

Степень точности зацепления	Твёрдость поверхности зубьев большого колеса, HBmin	Наибольшая допускаемая окружная скорость, м/с	$K_{дин}$ при окружной скорости, м/с		
			до 3	3 -8	8 -12
7	До 200	12	1,5	1,5	1,6
	200 -300		1,2	1,4	1,5
	Более 350		1,2	1,3	1,4
8	До 200	8	1,4	1,6	-
	200 -300		1,3	1,5	
	Более 350		1,3	1,4	
9	До 200	3	1,5	-	-
	200 -300		1,4	-	-

*Примечание:* Для конических прямозубых колёс следует принимать значения  $K_{дин}$  на 7 –10% выше указанных в таблице

## Значение коэффициента концентрации нагрузки $K_{кнц}$

Таблица 5

Твёрдость поверхности зубьев	Степень точности	$K_{кнц}$
> HB350 обоих зубчатых колёс пары	6	$\Theta$
	7	1,1 $\Theta$
	8	1,2 $\Theta$
	9	1,3 $\Theta$
< HB350 хотя бы одного из колёс пары		$\Theta (1 - \varphi) + \varphi$

*Примечание:* Значение вспомогательного коэффициента  $\Theta$  берётся из таблицы 6;

$\varphi$  – вспомогательный коэффициент, зависящий от характера изменения нагрузки: при постоянной нагрузке он равен 1,0; при незначительных колебаниях нагрузки – 0,6; при значительных колебаниях – (0,25 – 0,3)

### Значение вспомогательного коэффициента $\Theta$

Таблица 6

Расположение зубчатых колёс	Форма зубьев	Отношение $b/d_1$ (для конических колёс по среднему диаметру)			
		$\leq 1,1$	1 - 1,6	1,6 – 1,8	1,8
Симметричное	Любая	1,1	1,2	1,3	1,4
	Косые $\beta < 20^\circ$	1,4	1,4	1,5	1,5
	Шевронные $\beta > 20^\circ$	1,3	1,4	1,4	1,5
	Прямые	1,3	1,3	1,4	1,5

*Примечание:*  $d_1$  – диаметр шестерни

**6. Определить расчётный момент** на валу шестерни в зависимости от передаваемой мощности и угловой скорости:  $M_{Br} = M_B \cdot K$ , где  $M_B$  – номинальный момент на валу шестерни  $M_B = N_B / \omega_1$ , где  $M_B$  – Нм;  $N_B$  – Вт,  $\omega_1$  – рад/с .

**7. Определить межосевое расстояние  $a_w$ :**

$$a_w = 48,7 (u + 1) \sqrt[3]{M_{Br} / ([\sigma]_k^2 \psi_a u)}, \text{ где}$$

$$u = z_2 / z_1; M_B - \text{Нмм}; [\sigma]_k - \text{Н/мм}^2; a_w - \text{мм.}$$

**8. Определить ширину венцов зубчатых колёс:**  $b = \psi_a \cdot a_w$

**9. Задаться модулем зубьев.** По ГОСТ 9563- 60 принять стандартное значение модуля. (таблица 10).

$$m = (0,01 \div 0,02) a_w$$

### Модуль зубьев $m$ по ГОСТ 9563 – 60 (извлечение)

Таблица 10.

ряды	Модули, мм														
	1	1	1,25	1,5	2	2,5	3	4	5	6	8	10	12	16	20
2	1,125	1,375	1,75	2,25	2,75	3,5	4,5	5,5	7	9	11	14	18	22	28

*Примечание:* При назначении величин модулей первый ряд следует предпочитать второму.

## 10. Определить

а) – суммарное число зубьев передачи:  $z_c = 2 a_w / m$

б) – число зубьев шестерни:  $z_{ш} = z_1 = z_c / (u + 1)$

в) – число зубьев колеса:  $z_k = z_2 = u z_1$

Число зубьев шестерни в некоррезированной передаче должно быть не менее :  $z_{\min} \geq 17$

Большие числа зубьев обеспечивают более плавную работу передачи.

11. Уточнить межосевое расстояние:  $a_w = m (z_1 + z_2) / 2$

## 12. Сравнить прочность на изгиб зубьев шестерни и колеса.

При нереверсивной работе передачи берут допускаемые напряжения  $[\sigma_0]_и$ , а при реверсивной  $[\sigma_{-1}]_и$ , которые в 1,4 раза меньше  $[\sigma_0]_и$ . Если зубья шестерни окажутся прочнее зубьев колеса, дальнейший расчёт ведётся для зубьев колеса (или наоборот).

Для шестерни:  $y_1[\sigma_0]_и = y_1 \cdot 1,4 (\sigma_{-1} / [n]k_\sigma)$ ;

Для колеса:  $y_2[\sigma_0]_и = y_2 \cdot 1,4 (\sigma_{-1} / [n]k_\sigma)$ ; где

$y_1, y_2$  – принимают по таблице 7;  $[n]$  – требуемый коэффициент запаса прочности принимается  $\approx 1,5 - 2$  (большее значение для более прочной стали);  $k_\sigma$  – действительный (эффективный) коэффициент концентрации напряжений у корня зуба;  $k_\sigma = 1,6 - 1,8$  (для стальных зубчатых колёс). Уточнённые значения  $k_\sigma$  и  $[n]$  в таблицах 8, 9.

Значения коэффициента  $y$  для эвольвентного наружного зацепления при  $\alpha = 20^\circ$

### Значения эффективного коэффициента $Y$ для эвольвентного наружного зацепления при $\alpha = 20^\circ$

Таблица 7

Число зубьев	$y$	Число зубьев	$y$	Число зубьев	$y$
12	0,304	24	0,395	50	0,457
14	0,324	28	0,411	65	0,472
16	0,339	30	0,416	100	0,481
18	0,354	35	0,431	300	0,496
20	0,372	40	0,442	рейка	0,523

### Значения эффективного коэффициента концентрации напряжений $k_\sigma$ у корня зуба

Таблица 8

Материал и термообработка	$k_\sigma$
Стальные зубчатые колёса, подвергнутые нормализации или улучшению	1,4 – 1,6
Стальные зубчатые колёса, зубья, подвергнутые объёмной закалке	1,8
Стальные зубчатые колёса, зубья, подвергнутые цементации, азотированию или цианированию	1,2
Чугунные зубчатые колёса	1,2

**Рекомендуемые значения коэффициента запаса прочности [n] для расчёта зубчатых колёс на изгиб зубьев цилиндрических и конических зубчатых колёс**

Таблица 9

Материал и термообработка	[n]
Отливки стальные или чугунные, термически не обработанные	1,9
Отливки стальные или чугунные, подвергнутые отжигу нормализации или улучшению	1,7
Поковки стальные, подвергнутые нормализации или улучшению	1,5
Поковки стальные, подвергнутые объёмной закалке	1,8

**13. Произвести проверочный расчёт зубчатой передачи:**

а) на контактную прочность:  $\sigma_k = 340 / a_w \times \sqrt{(M_{Бр}(u + 1)^3) / b u} \leq [\sigma]_k$

$$[\sigma]_и = M_{Бр} u / (y_2 \cdot z_2 b m^2) \leq [\sigma]_и$$

**14. Определить основные размеры шестерни и колеса:**

$$d_1 = m z_1; \quad d_2 = m z_2;$$

$$d_{a1} = d_1 + 2m = m (z_1 + 2); \quad d_{a2} = d_2 + 2m = m (z_2 + 2);$$

$$d_{f1} = d_1 - 2,5m = m (z_1 - 2,5); \quad d_{f2} = d_2 - 2,5m = m (z_2 - 2,5);$$

**Пример:**

Рассчитать цилиндрическую прямозубую передачу, если заданы передаваемая мощность

$N = 8 \text{ кВт}$ , угловая скорость ведущего вала  $\omega_1 = 80 \text{ рад/с}$ , передаточное число  $i = 2$ .

Колёса стальные, передача закрытая нереверсивная.

Дано:  $N = 8 \text{ кВт}$ ,

$\omega_1 = 80 \text{ рад/с}$

$i = 2$ .

Шестерня – сталь СТ.50 (индекс 1)

Колесо – сталь Ст.5(индекс 2)

Рассчитать цилиндрическую прямозубую передачу

Построить зубчатое зацепление (эвольвенту)

**Решение:1.** Угловая скорость тихоходного вала при  $i = u = z_2 / z_1 = 2$

$$\omega_2 = \omega_1 / i = 80/2 = 40 \text{ рад/с}$$

**2.** Выберем материал шестерни и колеса (таблица 1,3 и приложение 2)

Материал шестерни - сталь 50 ( $\sigma_B = 600 \text{ Н/мм}^2$ ,  $\sigma_T = 340 \text{ Н/мм}^2$ ;  $\sigma_{-1} = 260 \text{ Н/мм}^2$ );

Материал колеса – сталь Ст5 ( $\sigma_B = 500 \text{ Н/мм}^2$ ,  $\sigma_T = 280 \text{ Н/мм}^2$ ;  $\sigma_{-1} = 240 \text{ Н/мм}^2$ );

Выбранные материалы имеют указанные механические характеристики в нормализованном состоянии при твёрдости  $< \text{HB350}$  (примерно HB180 – HB210 для

шестерни и HB160 – HB185 для колеса). При улучшении или закалке механические характеристики будут выше.

Улучшенная сталь имеет твёрдость (в зависимости от марки) HB250 – HB300 и поддаётся обработке резанием. При закалке зубчатых колёс до твёрдости > HB350 они обычно настолько деформируются, что для получения необходимой точности профили зубьев приходится шлифовать. Таким образом, там, где отсутствует возможность шлифования зубьев, следует ограничиваться материалами с твёрдостью < HB300 – HB320

Для выбранных материалов твёрдость < HB350, примерно HB180 – HB210 для шестерни и HB160 – HB185 для колеса (приложение 2 таблица 2, 3).

**3.** Допускаемые контактные напряжения для колеса:

$$[\sigma]_k = 2,75 HB = 2,75 \cdot 160 = 440 \text{ Н/мм}^2;$$

**4.** Коэффициент ширины венца  $\psi_a$  – принимаем равным 0,2 (таблица 3)

**5.** Предварительно задаёмся коэффициентом нагрузки  $K = 1,3$

**6.** Вычисляем расчётную нагрузку на валу шестерни в зависимости от передаваемой мощности и угловой скорости

$$M_{Бр} = M_B K = (N_B / \omega_1) \cdot K = (8 \cdot 10^3) / 80 \cdot 1,3 = 130 \text{ Нм}$$

$$M_B - \text{минимальный момент на валу шестерни} \quad M_B = N_B / \omega_1$$

**7.** Требуемое межосевое расстояние:

$$a_w = 48,7 (u + 1) \sqrt[3]{M_{Бр} / ([\sigma]_k^2 \psi_a u)} =$$

$$= 48,7 (2 + 1) \sqrt[3]{(130 \cdot 10^3) / 440^2 \cdot 0,2 \cdot 2} = 175 \text{ мм.}$$

**8.** Ширина венцов колёс:  $b = \psi_a \cdot a_w = 0,2 \cdot 175 = 35 \text{ мм.}$

**9.** Модулем зацепления задаёмся по соотношению:

$$m = (0,01 \div 0,02) \cdot a_w = (0,01 \div 0,02) \cdot 175 = (1,75 \div 3,50) \text{ мм,}$$

Принимаем стандартное значение модуля (по ГОСТ 9563 -60) в полученных пределах  $m = 3,0 \text{ мм.}$

**10.** Определяем суммарное число зубьев передачи и число зубьев колёс:

а) - суммарное число зубьев передачи:  $z_c = 2 a_w / m = 2 \cdot 175 / 3,0 = 117$

б) – число зубьев шестерни:  $z_{ш} = z_1 = z_c / (u + 1) = 117 / (2 + 1) = 39$

в) – число зубьев колеса:  $z_k = z_2 = u z_1 = 2 \cdot 39 = 78$



11. Уточняем межосевое расстояние:

$$a_w = m z_c / 2 = (z_1 + z_2) / 2 = 3(39 + 78) / 2 = 175,5 \text{ мм}$$

Так как желательно, чтобы  $a_w$  выражалось целым числом, то увеличим  $z_1$  до 40, тогда  $Z_2 = 2 \cdot 40 = 80$  и  $a_w = 3,0 (40 + 80) / 2 = 180 \text{ мм}$ .

12. Сравним прочность на изгиб зубьев:

$[\sigma_0]_{и}$  - допускаемое напряжение при отнулевом «пульсирующем» цикле изменения напряжений.

$\sigma_{-1}$  - предел выносливости при напряжениях, переменных по времени и изменяющихся по симметричному циклу.

$[n]$  – коэффициент запаса прочности при точных методах расчёта находится в пределах 1,1 - 1,5; при менее точных 2,0-3,0.

**Для шестерни:**

$$y_1 [\sigma_0]_{и} = y_1 \cdot 1,4 (\sigma_{-1} / [n] k_{\sigma}) = 0,442 \cdot 1,4 \cdot (260 / (1,7 \cdot 1,6)) = 59,5 \text{ Н/мм}^2, \\ \text{значение } y_1 = 0,442 \text{ при } z_1 = 40 \text{ принимаем по таблице 7.}$$

**Для колеса:**  $y_2 [\sigma_0]_{и} = y_2 \cdot 1,4 (\sigma_{-1} / [n] k_{\sigma}) = 0,476 \cdot 1,4 \cdot (240 / (1,7 \cdot 1,6)) = 58,8 \text{ Н/мм}^2$ , значение  $y_2 = 0,442$  при  $z_1 = 40$  принимаем по таблице 7 методом интерполяции

В обоих случаях принято  $[n] = 1,7$ ;  $k_{\sigma} = 1,6$ . Таким образом зубья шестерни оказались прочнее зубьев колеса. **Поэтому дальнейший расчёт ведём для зубьев колеса.**

13. Производим проверочный расчёт зубчатой передачи.

Окружная скорость

$$v = (d_1 / 2) \cdot \omega_1 = (m z_1 / 2) \cdot \omega_1 = ((3,0 \cdot 40) / 2) \cdot 80 = 4,8 \cdot 10^3 \text{ мм/с} = 4,8 \text{ м/с}$$

Уточняем по таблице 4 коэффициент  $K_{дин}$ , приняв для окружной скорости  $v = 4,8 \text{ м/с}$  8-ю степень точности зацепления:  $K_{дин} = 1,5$ . Коэффициент  $K_{киц}$  (табл. 5 и 6) для постоянной по величине нагрузки при симметричном расположении колёс относительно опор и отношении  $b/d_1 = b / (m z_1) = 35 / (3,0 \cdot 40) = 0,292$

составит  $K_{киц} = \Theta (1 - \varphi) + \varphi = 1,2(1 - 1) + 1 = 1$  и, таким образом, коэффициент нагрузки  $K = K_{дин} K_{киц}$ .

$$K = 1,5 \cdot 1 = 1,5, \text{ что превышает ранее принятое значение } 1,3.$$

*Выбор степени точности передачи зависит от назначения и условий работы:*

*6-я степень соответствует высокоточным скоростным передачам.*

*7-я – точным передачам*

*8- передачам средней точности*

*9-я – тихоходным передачам пониженной точности (обычно открытые передачи)*

**13.1.** Проверка на контактную прочность:  $\sigma_k = 340 / a_w \cdot \sqrt{(M_{Бр}(u + 1)^3) / b} u \leq [\sigma]_k$

$$M_{Бр} = M_B K = (N_B / \omega_1) \cdot K = (8 \cdot 10^3) / 80 \cdot 1,5 = 150 \text{ Нм}$$

$$\sigma_k = 340 / 180 \sqrt{[150 \cdot 10^3 \cdot 1,5 (2+1)^3] / 35 \cdot 2} = 446 \text{ Н/мм}^2 > [\sigma]_k = 440 \text{ Н/мм}^2$$

так как  $\sigma_k$  превышает  $[\sigma]_k$  примерно на 1,5% , то контактную прочность можно считать достаточной.  $(446 - 440 / 440) \cdot 100\%$ .

**13.2.** Проверка зубьев колеса на изгиб:

$$[\sigma]_{из} = 2M_{Брu} / (y_2 \cdot z_2 \cdot b m^2) \leq [\sigma_0]_{из} = 1,4 \cdot (\sigma_{-1} / [n]k_\sigma)$$

$$[\sigma]_{из} = (2 \cdot 1,5 \cdot 10^3 \cdot 2) / (0,476 \cdot 80 \cdot 35 \cdot 3^2) = 50 \text{ Н/мм}^2 \leq [\sigma_0]_{из} = 1,4 \cdot (240 / (1,7 \cdot 1,6)) = 124 \text{ Н/мм}^2$$

$$[\sigma]_{из} = 50 \text{ Н/мм}^2 < [\sigma_0]_{из} = 124 \text{ Н/мм}^2$$

Полученный результат подтверждает, что в зубьях колёс из стали с твёрдостью < HB350, рассчитанных на контактную прочность, напряжения изгиба значительно ниже допускаемых.

**14.** Основные размеры шестерни и колеса:

$$d_1 = m z_1 = 3,0 \cdot 40 = 120 \text{ мм}$$

$$d_2 = m z_2 = 3,0 \cdot 80 = 240 \text{ мм}$$

$$d_{a1} = d_1 + 2m = m (z_1 + 2) = 120 + 2 \cdot 3,0 = 126 \text{ мм}$$

$$d_{a2} = d_2 + 2m = m (z_2 + 2) = 240 + 2 \cdot 3,0 = 246 \text{ мм}$$

$$d_{f1} = d_1 - 2,5m = m (z_1 - 2,5) = 120 - 2,5 \cdot 3,0 = 112,5 \text{ мм}$$

$$d_{f2} = d_2 - 2,5m = m (z_2 - 2,5) = 240 - 2,5 \cdot 3,0 = 232,5 \text{ мм} .$$

**Задание:** Рассчитать цилиндрическую прямозубую передачу.

Колёса стальные, передача закрытая, неревверсивная.

Исходные данные	Номера задач									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Передаваемая мощность, P, кВт	8,4	7,0	5,2	7,6	5,6	5,0	3,0	4,0	5,4	4,6
Угловая скорость ведущего вала, $\omega_1$ , рад/с	64	48	52	32	28	112	68	72	124	96
Передаточное число, i	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Материал шестерни, сталь	45	50	45	50	40X	55	40X	55	55	45
Материал колеса, сталь	35	5	35Л	35	50	45	55	6	55Л	35

Цель: \_\_\_\_\_

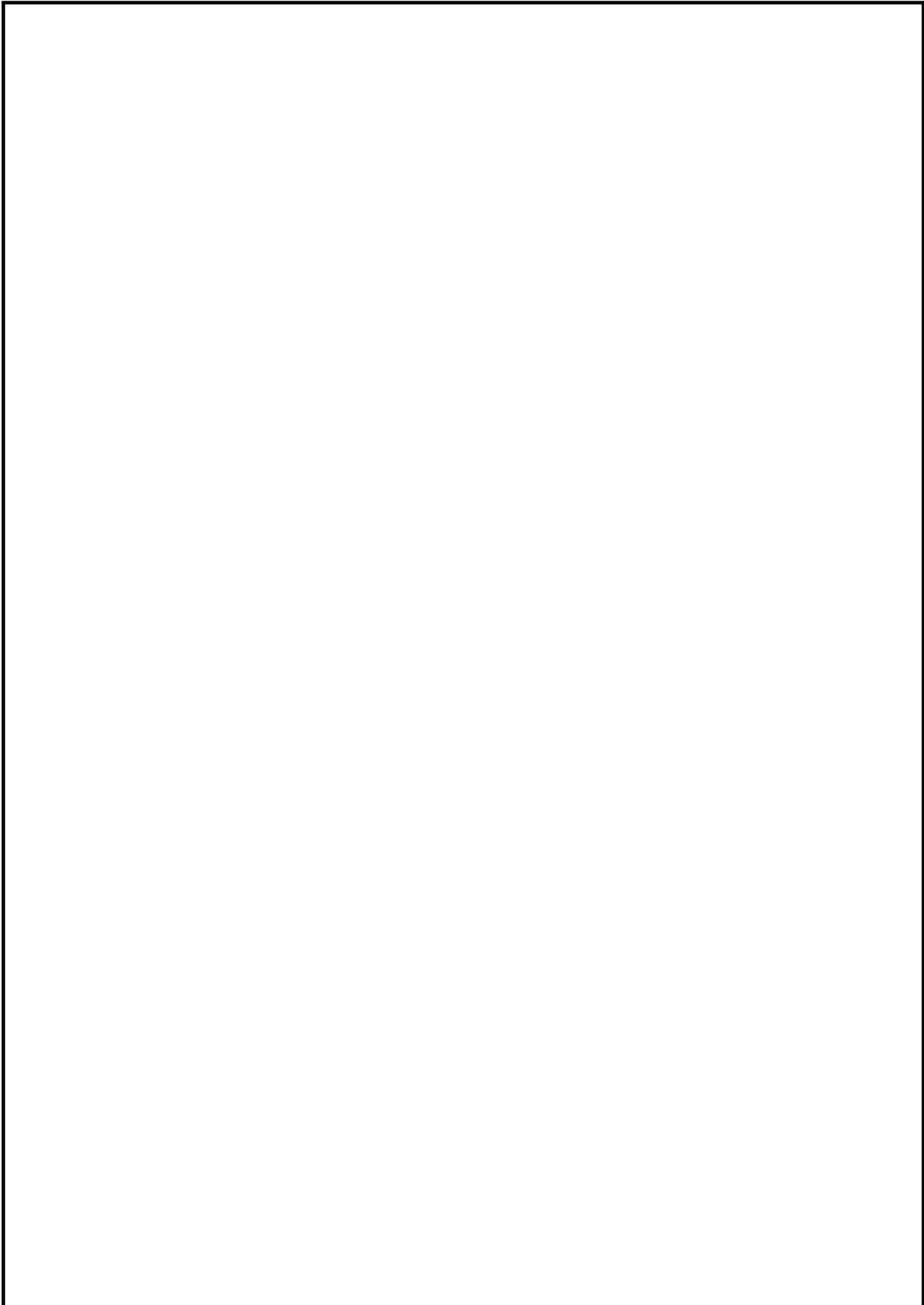
Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение) \_\_\_\_\_

Дано: \_\_\_\_\_

Определить: \_\_\_\_\_

Решение

					<b>ПЗ 10. 23.02.06.</b>			
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>				
<i>Разраб.</i>					<i>Выполнение расчёта прямозубых передач и определение параметров зубчатых колёс</i>	<i>Лит.</i>	<i>Лист</i>	<i>Листов</i>
<i>Провер.</i>	<i>Г.Б.Яковиева</i>							
						<i>группа 99</i>		



					<b>ПЗ 10. 23.02.06.</b>	<b>100m</b>
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>		

**Контрольные вопросы:**

1. По каким признакам классифицируются зубчатые передачи? Дайте сравнительную оценку каждому типу передач. \_\_\_\_\_

2. Перечислите и дайте определение основных параметров зубчатой пары колёс \_\_\_\_\_

3. Какие существуют методы получения зубьев и в чём их отличие? \_\_\_\_\_

4. По каким критериям работоспособности ведётся расчёт зубчатых передач? \_\_\_\_\_

5. В каком месте зуба цилиндрической передачи наибольшие контактные напряжения? \_\_\_\_\_

6. В чём состоит условие равнопрочности зубьев шестерни и колеса, как оно обеспечивается при проектировании передач? \_\_\_\_\_

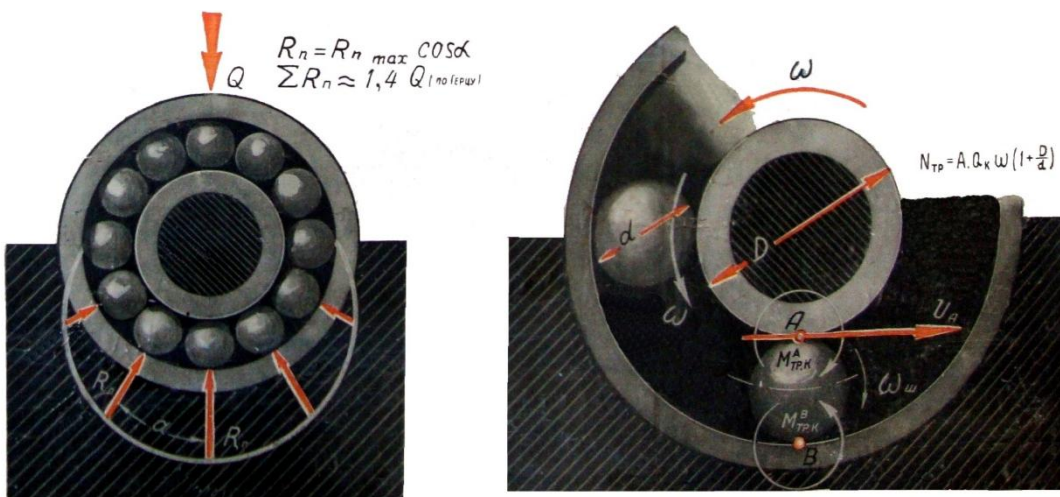
7. Как влияет на работу зубчатой передачи и её габариты изменение угла  $\beta$  наклона зубьев? \_\_\_\_\_

8. В чём разница расчёта открытых и закрытых зубчатых передач? \_\_\_\_\_

					ПЗ 10. 23.02.06.	104
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

## Практическое занятие 11

### Подбор подшипников качения по динамической грузоподъемности



## Практическое занятие 11

### Подбор подшипников качения по динамической грузоподъемности

К выполнению задания необходимо приступить после изучения темы 5.3.

Передачи вращательного движения.

**Цель:** научиться подбирать подшипники качения по динамической грузоподъемности.

Образовательные результаты, соответствующие ФГОС: ОК 1 - ОК 8;

ПК1.1; 1.2; 2.3; 3.2

#### Краткое теоретическое обоснование

Под динамической грузоподъемностью для радиальных и радиально-упорных подшипников понимают постоянную радиальную нагрузку, которую может выдержать группа идентичных подшипников с неподвижным наружным постоянную радиальную нагрузку, которую может выдержать группа идентичных подшипников с неподвижным наружным и вращающимся внутренним кольцом до возникновения усталостного разрушения рабочих поверхностей колец и тел качения в течение 1 млн об. без появления повреждений не менее 90 % из числа подшипников, подвергшихся испытаниям.

$$C_r \leq [C]_r,$$

где  $C_r$  — требуемая динамическая грузоподъемность, Н;  $[C]_r$  — табличное (каталожное паспортное) значение динамической грузоподъемности подшипника выбранного типоразмера.

Требуемое значение динамической грузоподъемности определяют по формулам

$$C_r = P_3 \left( \frac{60nL_h}{10^6 a_1 a_{23}} \right)^{1/a},$$

где  $P_3$  — приведенная (эквивалентная) нагрузка (должна быть подставлена в тех же единицах, что и параметр  $Q$ );  $L$  — требуемая долговечность вращающегося подшипника, млн об, (принимается 0,5—30 000 млн об.);  $L_h$  — то же, ч;  $a$  — коэффициент, зависящий от характера кривой усталости.

#### Алгоритм выполнения

1. определяют радиальные опорные реакции для каждой опоры;
2. выбирают схему расположения и тип подшипника исходя из условий работы, действующих нагрузок;
3. по посадочному диаметру вала выбирают конкретный подшипник по каталогу и выписывают  $d$ ,  $D$ ,  $C$ ,  $C_0$ ,  $X$ ,  $Y$ ,  $e$ ;
4. определяют эквивалентную динамическую нагрузку на подшипники:

$$P = (X \cdot V \cdot F_r + Y \cdot F_a) \cdot K_b \cdot K_T;$$

5. определяют расчетную долговечность наиболее нагруженного подшипника:

$$L_h = (C/P)^p \cdot 10^6 / (60 \cdot n), \text{ час.}$$

и сравнивают с требуемой долговечностью. Если  $L_h < L_{h \text{ треб}}$  то можно:

1. сменить подшипник на более тяжелую серию;
2. сменить тип подшипника на более грузоподъемный;
3. увеличить диаметр вала;
4. предусмотреть меньший срок службы и замену подшипника.

Расчетную долговечность подшипника  $L_h$  (в часах) определяют по его динамической грузоподъемности  $C$ , указанной в каталоге на подшипники, и эквивалентной нагрузке  $P_{\Sigma}$ . По физическому смыслу динамическая грузоподъемность эквивалентна радиальной нагрузке, которую подшипник может выдержать в течении базовой частоты вращения  $10^6$ .

Эквивалентная нагрузка для радиальных шарикоподшипников и радиально-упорных шариковых и роликовых подшипников  $P_{\Sigma} = (XVF_r + YF_a)K_B K_T$ , (12.1)

где -  $X$  и  $Y$  – коэффициент соответственно радиальной и осевой нагрузки;

-  $V$  – коэффициент вращения ( $V = 1$  при вращении внутреннего колеса,  $V = 1,2$  при вращении наружного колеса);

-  $F_r$  и  $F_a$  – соответственно радиальная и осевая нагрузка, воспринимаемая подшипником в конструкции;

-  $K_B$  – коэффициент безопасности, учитывающий влияние на долговечность подшипников характера внешних нагрузок;

-  $K_T$  – температурный коэффициент.

Для подшипников роликовых конических однорядных  $e = 1,5 \operatorname{tg} \alpha$ ; коэффициенты  $X = 1$  и  $Y = 0$  при  $F_a / (VF_r) \leq e$ ,  $X = 0,4$  и  $Y \approx 0,4 \operatorname{ctg} \alpha$  при  $F_a / (VF_r) > e$ .

Для подшипников шариковых однорядных значения  $X$  и  $Y$  приведены в табл. 12.2. Значения коэффициента безопасности  $K_B$  в зависимости от характера нагрузки на подшипники приведены ниже:

Нагрузка	$K_B$
Спокойная без толчков.....	1,0
С легкими толчками (кратковременные перегрузки до 125% номинальной нагрузки) .....	1,0 – 1,2
С умеренными толчками (вибрационные перегрузки до 150% номинальной нагрузки).....	1,3 – 1,8
Со значительными толчками и вибрацией (кратковременные перегрузки до 200% номинальной нагрузки).....	1,8 – 2,5
С сильными ударами (кратковременные перегрузки до 300% номинальной нагрузки).....	2,3 – 3,0

Значения температурного коэффициента  $K_T$  приведены ниже:

Рабочая температура

подшипника, $^{\circ}C$ ... До	100	125	150	175	200	225	250	300
$K_T$ .....	1,00	1,05	1,10	1,15	1,25	1,35	1,40	1,60

Приведенная нагрузка для подшипников с короткими цилиндрическими роликами  $P_{\Sigma} = F_r / K_B K_T$ ;

для упорных подшипников  $P_{\Sigma} = F_a K_B K_T$ ; (12.2)

для упорно-радиальных подшипников  $P_{\Sigma} = (XF_r + VF_a) K_B K_T$ , (12.3)



Таблица 12.2. Значения коэффициентов  $X$  и  $Y$  радиальной и осевой нагрузки для подшипников шариковых однорядных при  $F_a/(VF_r) > e^*$

Тип подшипника	$\alpha^\circ$	$F_a/C_0$	$e$	$F_a/(VF_r) > e$	
				$X$	$Y$
Радиальный шариковый	0	0,014	0,19	0,56	2,30
		0,028	0,22		
		0,056	0,26		
		0,084	0,28		
		0,110	0,30		
		0,170	0,34		
		0,280	0,38		
		0,420	0,42		
0,560	0,44				
Радиально-упорный шариковый	12	0,014	0,30	0,45	1,81
		0,029	0,34		1,62
		0,057	0,37		1,46
		0,086	0,41		1,34
		0,110	0,45		1,22
		0,170	0,48		1,13
		0,290	0,52		1,14
		0,430	0,54		1,01
		0,570	0,54		1,00
	24; 26 35; 36	—	0,68 0,95	0,41 0,37	0,87 0,66

\* При  $F_a/(VF_r) \leq e$  коэффициенты  $X = 1$ ,  $Y = 0$  для подшипников любых параметров.

), влияющего на распределение нагрузки между телами качения. При малых значениях силы [до некоторого значения  $F_a/(VF_r) \leq e$ ] из-за радиального зазора в подшипнике повышается неравномерность распределения нагрузки между телами качения. С увеличением осевой нагрузки [при  $F_a/(VF_r) > e$ ] зазор выбирается, рабочая зона в подшипнике возрастает, улучшается распределение нагрузки. В связи с этим при  $F_a/(VF_r) \leq e$  осевую силу не учитывают (принимают  $X = 1$ ,  $Y = 0$ ) и расчет ведут лишь по радиальной нагрузке. В табл. 12.2 значения  $e$  даны в зависимости от отношения  $F_a/C_0$ .

$$L = (C/P)^p,$$

**Пример 1.** Подобрать подшипник качения к валу цилиндрического косозубого зубчатого колеса (рис. 12.4). Радиальные нагрузки на подшипники в опорах  $F_{r1} = 1,4 \text{ кН}$ ,  $F_{r2} = 1,8 \text{ кН}$ ,  $F_a = 0,5 \text{ кН}$ . Диаметр вала в месте посадки подшипников  $d = 35 \text{ мм}$ , частота вращения вала  $n = 1000 \text{ мин}^{-1}$ . Срок службы редуктора 15000 ч; работа с умеренными толчками и вибрацией, рабочая температура подшипникового узла  $80^\circ \text{ C}$ .

1. Принимаем радиальные шариковые подшипники типа 307. Для этого подшипника по каталогу:  $C = 25,7$  кН,  $C_o = 17,60$  кН, предельная частота вращения  $16 \cdot 10^3$  мин<sup>-1</sup>.

2. Определяем эквивалентную нагрузку. Для нахождения коэффициентов радиальной и осевой нагрузок  $X$  и  $Y$  вычисляем отношение осевой нагрузки подшипника к *статической* грузоподъемности  $F_a / C_o = 500 / 17600 = 0,028$ , а также отношение осевой нагрузки к *радиальной*  $F_a / (VF_r) = 500 / (1 \cdot 1800) = 0,28$ ; здесь коэффициент вращения  $V = 1$  (вращается внутреннее кольцо).

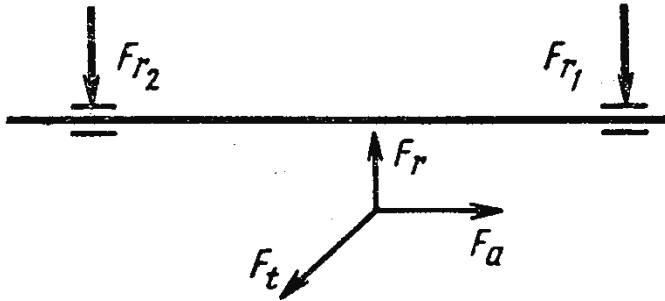


Рис. 12. 4. Схема к расчёту

Подшипников вала косозубого цилиндрического колеса

По табл. 12.2  $e = 0,22$  и, так как  $F_a / (VF_r) > e$ , коэффициенты  $X = 0,56$ ,  $Y = 1,99$ .

Эквивалентная нагрузка наиболее нагруженного подшипника [см. формулу (12.3)]

$$P_o = (0,56 \cdot 1 \cdot 1800 + 1,99 \cdot 500) \cdot 1,3 \cdot 1 = 2,6 \text{ кН}; \text{ здесь } K_B = 1,3 \text{ и } K_T = 1.$$

3. Расчетная долговечность подшипника типа 307 [см. формулу (12.5)]

$$L_h = \frac{10^6}{60 \cdot 1000} \left( \frac{25700}{2600} \right)^3 = 16066 \text{ ч},$$

следовательно, выбранный подшипник удовлетворяет условиям работы, и его долговечность обеспечена.

### Задание

Подобрать подшипники качения для опор выходного вала цилиндрического зубчатого редуктора общего назначения.

*Исходные данные:*

- частота вращения (об/мин) –  $n$ ;
- требуемая долговечность подшипника –  $L$ ;
- диаметр посадочной поверхности вала –  $d$ ;
- максимальные длительные действующие силы –  $F_a, F_r$ .

Bap.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>n</i>	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100
<i>L</i>	10*10 <sup>3</sup>	-	-	-	-	-	-	15*10 <sup>3</sup>	-	-
<i>d</i>	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65
<i>F<sub>a</sub> F<sub>r</sub></i>	682	1181	2800	5754	9968	2178	7000	13020	19040	21000
	2000	3300	8400	17000	30000	60000	21000	40000	60000	60000
Bap.	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
<i>n</i>	1120	1130	2400	1500	1000	900	800	700	600	800
<i>L</i>	-	-	-	-	-	20*10 <sup>3</sup>	-	-	-	-
<i>d</i>	70	75	80	85	90	95	95	100	10	12
<i>F<sub>a</sub> F<sub>r</sub></i>	17200	12600	9000	6215	5200	3890	2070	1100	37	87
	50000	36000	27000	20000	15000	12000	6000	3000	200	300
Bap.	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
<i>n</i>	1000	900	800	1500	3000	3000	800	700	600	800
<i>L</i>	25*10 <sup>3</sup>	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<i>d</i>	15	17	10	30	40	45	50	55	60	65
<i>F<sub>a</sub> F<sub>r</sub></i>	213	378	37	2000	6000	37	207	110	370	870
	600	1200	150	8000	20000	150	650	550	2000	3000

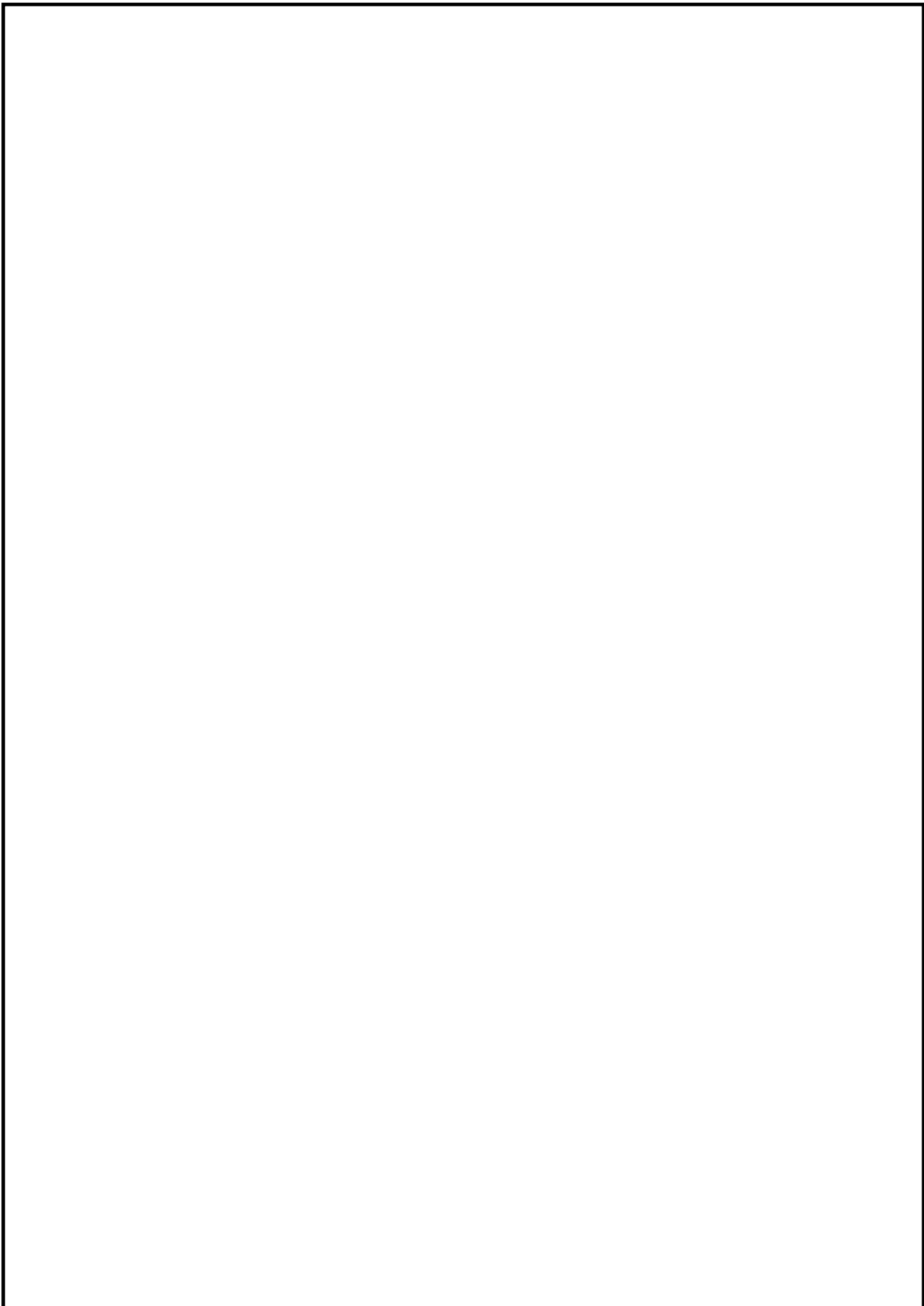
Цель: \_\_\_\_\_

Оборудование (приборы, материалы, дидактическое обеспечение) \_\_\_\_\_

Дано \_\_\_\_\_

Определить \_\_\_\_\_

					<b>ПЗ 11. 23.02.06.</b>			
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>				
<i>Разраб.</i>					<i>Подбор подписчиков качения по динамической грузоподъемности</i>	<i>Лит.</i>	<i>Лист</i>	<i>Листов</i>
<i>Провер.</i>	<i>Г.Б.Яковлева</i>							
						108		
					<i>группа</i>			



					<b>ПЗ 11. 23.02.06.</b>	<i>Лист</i>
						109
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>		

**Контрольные вопросы:**

1. Дайте сравнительную оценку подшипников по виду трения \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

2. Описать устройство подшипников качения, дать их классификацию? \_\_\_\_\_

4. Дать характеристику основным типам подшипников качения?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

5. Какие виды разрушений характерны для подшипников качения?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

6. Недостатки подшипников качения?

\_\_\_\_\_

7. Какие смазки применяют для смазывания подшипников качения? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

8. Классификация подшипников качения

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

9. Какие материалы применяют для изготовления подшипников качения?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

10. Виды разрушения и критерии работоспособности

\_\_\_\_\_

## Лабораторные работы

Каждый студент перед началом лабораторного практикума получает инструктаж по технике безопасности на данном конкретном рабочем месте. Студенты выполняют следующие общие **правила техники безопасности**.

1. Не включать компьютеры без разрешения преподавателя занятий.
2. Перед включением компьютера убедиться в надёжности заземления, соответствия подводимого напряжения паспортными данными компьютера и отсутствия посторонних частей установки компьютера.
3. При обнаружении какой – либо неисправности в работе компьютера немедленно доложить руководителю занятий. В крайнем случае, принять все меры к отключению компьютера – **обесточить**.
4. Подтяжка соединений, токопроводов и прочие регулировки на работающем компьютере, запрещаются.
5. По окончании работы компьютер должен быть отключен.
6. В аудитории студенты находятся на своих рабочих местах. Всякое перемещение в аудитории, не предусмотренное планом выполнения работ, запрещается.
7. Каждый студент расписывается в получении инструктажа по технике безопасности в журнале Инструктаж по технике безопасности.

При подготовке лабораторных работ целесообразно учесть следующие рекомендации.

Работу по Статике: «**Методика решения задач на определение центра тяжести плоских фигур**» целесообразно начинать с выполнения (дома) расчётной и графической частей, а в аудитории провести лишь практическую часть работы – убедиться в правильности полученных результатов. В дополнение, для проведения работы по определению центра тяжести плоской фигуры студенты должны предварительно изготовить плоскую фигуру, состоящую из трёх – четырёх простых геометрических фигур, определить координаты центра тяжести аналитически, а затем практически – подвешиванием фигуры в двух точках.

### Подготовка студентов к проведению лабораторных работ

Обучающийся должен до прихода в аудиторию для выполнения работы изучить методическое указание к предстоящему занятию, ознакомиться с последовательностью основных операций исследования, правилами обращения с оборудованием (компьютерами), инструментами и правилами техники безопасности.

При подготовке к очередному лабораторному занятию обучающийся изучает соответствующую работу, используя при этом рекомендуемую на занятиях литературу, а также свои конспекты.

## **Организация и проведение контроля знаний обучающихся по выполнению практических и лабораторных занятий**

Для обеспечения регулярной и серьёзной подготовки обучающихся к каждому практическому и лабораторному занятию следует проводить контроль знаний теории в объёме руководства к практической и лабораторной работе. Допуск к работе получают лишь те обучающиеся, которые усвоили содержание работ и необходимый устный опрос; письменная контрольная работа; контроль с помощью технических средств. минимум теории. По способу проведения можно выделить три формы контроля:

### **Отчётность о лабораторных занятиях**

Объём лабораторного исследования рассчитан на одно занятие. В течение этого же времени обучающийся составляет отчёт о проделанной работе и сдаёт его преподавателю.

Содержание отчета :

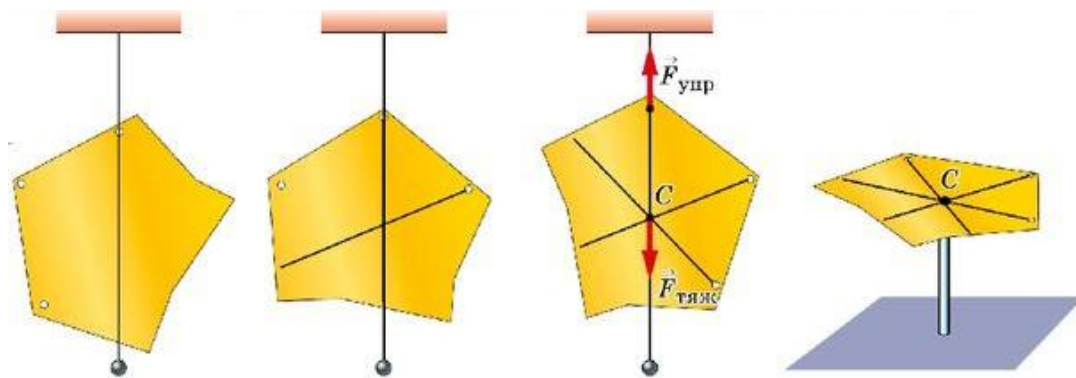
- приборы, оборудование, материалы;
- схемы;
- таблицы, графики, и т. д.;
- анализ результатов практического (лабораторного) занятия (выводы);
- ответы на контрольные вопросы.

На титульном листе отчета указать *наименование учебного заведения, специальность, курс, группу, фамилию и инициалы студента и преподавателя.*



## Лабораторная работа 1

### Определение центра тяжести плоских фигур



# Лабораторная работа 1

## Определение центра тяжести плоских фигур

К выполнению задания необходимо приступить после изучения темы 1.4.

Центр тяжести

Образовательные результаты, соответствующие ФГОС: ОК 1 - ОК 8;

ПК1.1; 1.2; 2.3; 3.2

### Краткое теоретическое обоснование

**Центр тяжести** – это геометрическая точка, которая может быть расположена и вне тела (например, диск с отверстием, полый шар и т.п.). Большое практическое значение имеет определение центра тяжести тонких плоских однородных пластин. Их толщиной обычно можно пренебречь и считать, что центр тяжести расположен в плоскости. Если координатную плоскость  $xOy$  совместить с плоскостью фигуры, то положение центра тяжести определяется двумя координатами:

$$1. \quad x_c = \frac{\sum A_i x_i}{\sum A_i} = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2 + \dots + A_n x_n}{A_1 + A_2 + \dots + A_n}; \quad 2. \quad y_c = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + \dots + A_n y_n}{A_1 + A_2 + \dots + A_n},$$

где  $A_i$  – площадь части фигуры,  $мм^2(см^2)$ ;  $x_i, y_i$  – координаты центра тяжести частей фигуры,  $мм(см)$ . На рис.1 показана однородная плоская фигура сложной формы. Ее можно разбить на четыре простые фигуры: треугольник, квадрат, полукруг и прямоугольник. Проведя систему координат  $xOy$ , для каждой простой фигуры определяем координаты центра тяжести

$$C_1\left(\frac{2}{3}h; \frac{a}{2}\right); C_2\left[\left(h + \frac{a}{2}\right); \frac{a}{2}\right]; C_3\left[\left(h + \frac{a}{2}\right); \left(\frac{a}{2} + \frac{4}{3} \cdot \frac{R}{\pi}\right)\right]; C_4\left[\left(h + a + \frac{b}{2}\right); \frac{H}{2}\right]$$

$$\text{и их площади: } A_1 = \frac{ah}{2}; A_2 = a^2; A_3 = -\frac{\pi R^2}{2}; A_4 = bH.$$

Знак минус у площади показывает, что это площадь отверстия. Координаты центра тяжести всей фигуры вычисляются по формулам 1,2

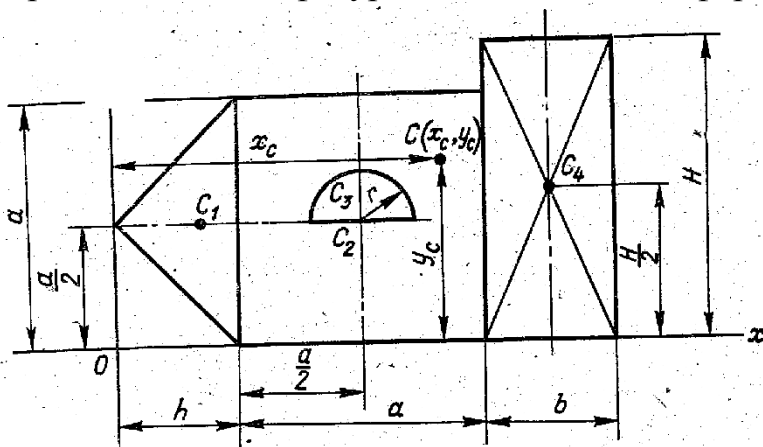
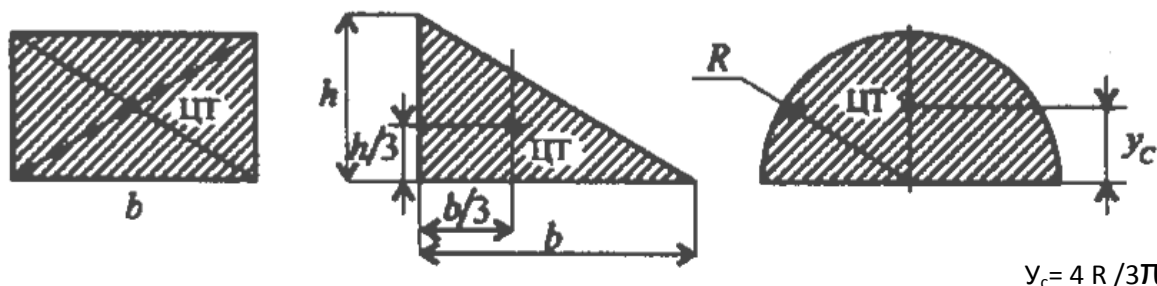
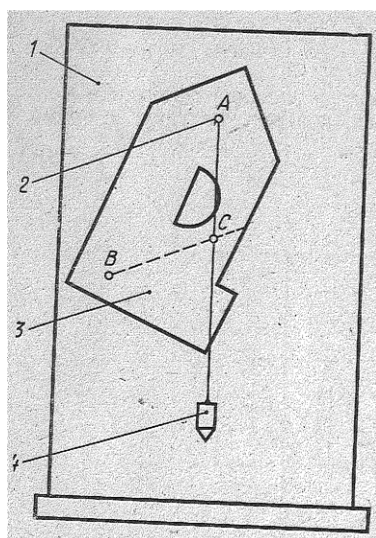


рис.1

## Центры тяжести простейших сечений



**Установка для испытания.** Установка для опытного определения координат центра тяжести способом подвешивания состоит из вертикальной стойки 1 (рис. 2), к которой прикреплена игла 2. Плоская фигура 3 изготовлена из картона, жести или другого материала, в котором легко проколоть отверстие. Отверстия А и В прокалываются в произвольно расположенных точках (лучше на наиболее удаленном расстоянии друг от друга). Плоская фигура подвешивается на иглу в точке А, а потом в точке В. С помощью отвеса 4, закрепленного на той же игле, на фигуре прочерчивают карандашом вертикальную линию, соответствующую нити отвеса. Центр тяжести С фигуры будет находиться в точке пересечения вертикальных линий, нанесенных при подвешивании фигуры в точках А и В.



Порядок проведения работы. Ознакомиться с устройством установки для определения центра тяжести плоской фигуры.

Начертить фигуру сложной формы, состоящую из 3 – 4 простых фигур (треугольник, прямоугольник, часть круга и т.п.) и проставить размеры.

Провести оси координат так, чтобы они охватывали всю фигуру, разбить сложную фигуру на простые части, определить площадь и координаты центра тяжести каждой простой фигуры относительно выбранной системы координат. Данные записать в таблицу отчета.

Вычислить координаты центра тяжести всей фигуры аналитически.

Вырезать данную фигуру из тонкого картона или фанеры. Просверлить два отверстия, края отверстий должны быть гладкими, а диаметр отверстий несколько больше диаметра иглы для подвешивания фигуры.

Подвесить фигуру сначала в одной точке (отверстии), прочертить карандашом линию, совпадающую с нитью отвеса. То же повторить при подвешивании фигуры в другой точке.

Сделать отверстие в точке пересечения проведенных линий – центра тяжести фигуры. Совместить пластину (фигуру) с ее изображением на бумаге (выполненные в одинаковом масштабе). Центр тяжести фигуры, найденный аналитическим способом, и центр тяжести, найденный опытным путем, должны совпадать.

## Отчет о работе.

1. Чертеж выбранной фигуры с указанием номера площади и координат центра тяжести каждой фигуры в виде таблицы.
2. Вычисление координат  $x_c$ ,  $y_c$  центра тяжести всей фигуры по формулам (положение центра тяжести нанести на чертеж фигуры).
3. Значение координат центра тяжести фигуры, найденных при подвешивании фигуры в двух точках:  $x_{c(опыт)}$ ;  $y_{c(опыт)}$ .
4. Заключение о положении центра тяжести при аналитическом и опытном определении.

*Следует помнить!, что если ось X совмещена с осью симметрии, то координата  $Y_c = 0$ , а если ось Y совмещена с осью симметрии, то  $X_c = 0$*

4. Составляют формулы для определения координат центра тяжести сечения:

$$x_c = \frac{\sum A_i x_i}{\sum A_i} = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2 + \dots + A_n x_n}{A_1 + A_2 + \dots + A_n} \quad y_c = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + \dots + A_n y_n}{A_1 + A_2 + \dots + A_n}$$

5. Определяем площади каждой фигуры и координаты центров тяжести:

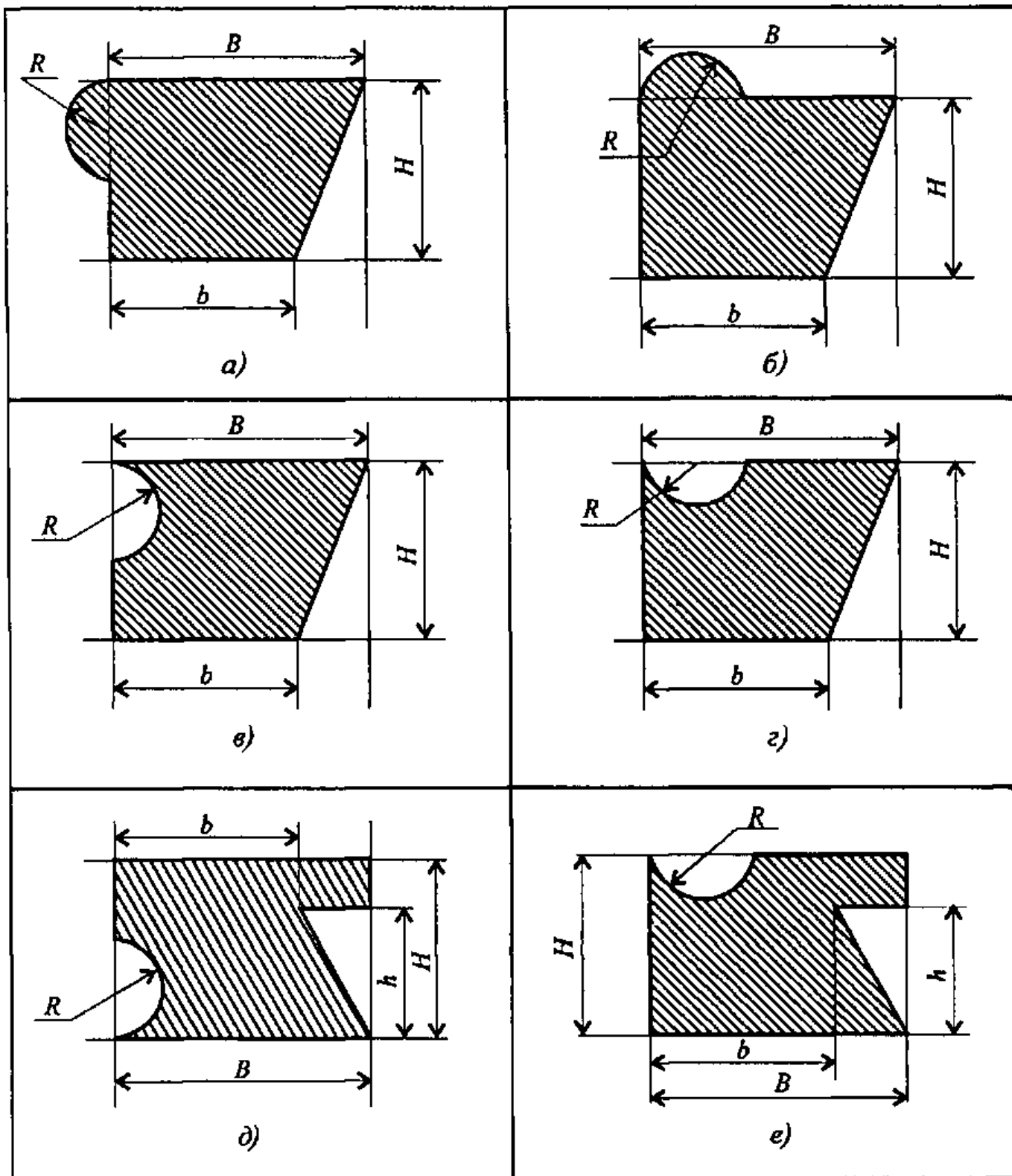
6. По найденным координатам  $X_c$  и  $Y_c$  наносим на рисунок точку С. Покажем эти расстояния. Укажем центр тяжести всего сечения на рисунке и обозначим его буквой С.

7. Проверим найденный результат. Для этого изменяем положение координатных осей (или одной оси) и находим координаты центра тяжести относительно новых осей.

Задания Определить координаты центра тяжести заданного сечения. Данные взять из таблицы

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b><i>B</i></b> , мм	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
<b><i>b</i></b> , мм	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
<b><i>H</i></b> , мм	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170
<b><i>h</i></b> , мм	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140
<b><i>R</i></b> , мм	20	25	25	30	30	40	40	50	50	60

схема	а	б	в	г	д	е	в	д	а	е
-------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---



Цель: \_\_\_\_\_  
**Оборудование** (приборы, материалы, дидактическое  
 обеспечение) \_\_\_\_\_

Рисунок:

Дано: \_\_\_\_\_

Определить центр тяжести сечения:

Расчётная схема:

1.Разбиваем сечение на простые фигуры, обозначаем цифрами 1,2,3,..

2 Указываем центры тяжести каждой фигуры, обозначая их  $C_1, C_2, C_3,$  и т.д. ) \_\_\_\_\_

3.Выбирают систему координатных осей - проводим оси «Х» и «У»

					<b>ЛЗ 01. 23.02.06.</b>			
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>	<i>Определение центра тяжести плоских фигур</i>	<i>Лит.</i>	<i>Лист</i>	<i>Листов</i>
<i>Разраб.</i>								
<i>Провер.</i>	<i>Яковлева Г.Б.</i>							
						<i>группа</i>		118

**Ответ:**

---

**Вывод:**

---

					<b>ЛЗ 01. 23.02.06.</b>	<i>Лист</i>
						119
<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подпись</i>	<i>Дата</i>		

### Контрольные вопросы:

1. Почему силы притяжения к Земле, действующие на точки тела, можно принять за систему параллельных сил? \_\_\_\_\_

2. Запишите формулы для определения положения центра тяжести неоднородных и однородных тел, формулы для определения положения центра тяжести плоских сечений?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

3. Где находится центр тяжести симметричного тела? \_\_\_\_\_

4. Способы определения центра тяжести?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

4. Методы определения центра тяжести?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

5. По каким формулам вычисляются координаты центров тяжести?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

6. Что называется центром системы параллельных сил?

\_\_\_\_\_

7. Что называется статическим моментом?

\_\_\_\_\_

8. Зависит ли величина статического момента площади от расположения площади относительно оси? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

10. В каких единицах выражается статический момент площади?

\_\_\_\_\_

					ЛЗ 01. 23.02.06.	Лист
						120
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		



## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

### Сталь горячекатаная ШВЕЛЛЕРЫ (ГОСТ 8240-89)

Обозначения:

$h$  — высота швеллера;  $b$  — ширина швеллера;  $d$  — толщина стенки;  $\delta$  — средняя толщина полки;  $A$  — площадь швеллера;  $J$  — момент инерции;  $W$  — момент сопротивления;  $i$  — радиус инерции;  $S$  — статический момент полусечения;  $Z_0$  — расстояние от оси  $y$  до наружной грани стенки

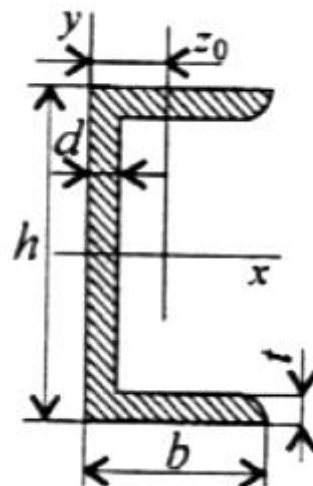


Таблица 1

N профиля	Размеры, мм				A см <sup>2</sup>	J <sub>x</sub> см <sup>4</sup>	W <sub>x</sub> см <sup>3</sup>	i <sub>x</sub> см	S <sub>x</sub> см <sup>3</sup>	J <sub>y</sub> см <sup>4</sup>	W <sub>y</sub> см <sup>3</sup>	i <sub>y</sub> см	Z <sub>0</sub> см
	h	b	d	t									
5	50	32	4.4	7,0	6,16	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16
6,5	65	36	4.4	7,2	7,51	48,6	15,0	2,54	9,00	8,70	3,68	1,08	1,24
8	80	40	4.5	7,4	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	100	46	4.5	7,6	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	120	52	1.5	7,8	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	140	58	4.9	8,1	15,6	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,68
16	160	64	5	8,4	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,6	13,8	1,87	1,80
18	180	70	6.1	8,7	20,7	1090	121	7,24	69,8	86	17	2,04	1,94
20	200	80	5.2	9,0	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07
22	220	82	5.4	9,5	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21
24	240	90	5.6	10,0	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42
27	270	95	6.0	10,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47
30	300	100	5.5	11,0	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52
33	330	105	7.0	11,7	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	360	110	7.5	12,6	53,4	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68
40	400	115	8.0	13,5	61,5	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75

## Сталь горячекатаная. БАЛКИ ДВУТАВРОВЫЕ ( ГОСТ 8239-89)

Обозначения:

$h$  — высота балки;  $B$  — ширина балки;  $d$  — толщина стенки;  $t$  — средняя толщина полки;  $L$  — площадь сечения;  $J$  — момент инерции;  $W$  — момент сопротивления;  $i$  — радиус инерции;  $S$  — статический момент полусечения

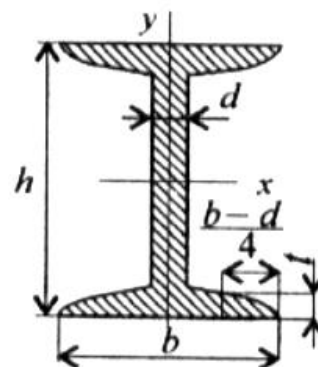


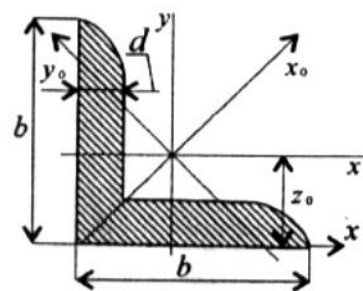
Таблица 2

№ профиля	Размеры, мм				A см <sup>2</sup>	$J_x$ см <sup>4</sup>	$W_x$ см <sup>3</sup>	$i_x$ см	$S_x$ см <sup>3</sup>	$J_y$ см <sup>4</sup>	$W_y$ см <sup>3</sup>	$i_y$ см
	h	b	d	t								
10	100	55	4,5	7,2	12,0	198	$\frac{3}{9,7}$	1,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70
18	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,85
20	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07
22	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27
24	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
27	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
30	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
33	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
40	400	155	8,3	13,0	72,0	19062	953	16,2	545	667	86,1	3,03
45	450	160	9,0	14,2	84,7	27696	1231	18,1	708	808	101	3,09
50	500	170	10	15,2	100	39727	1589	19,9	919	1043	123	3,23
55	550	180	11	16,5	118	55962	2035	21,8	1181	1356	151	3,39
60	600	190	12	17,8	138	76806	2560	23,6	1491	1725	182	3,54

## Сталь прокатная угловая равнополочная (ГОСТ 8509-86)

Обозначения:

$B$  — ширина полки;  $d$  — толщина полки;  $J$  — момент инерции;  $i$  — радиус инерции;  $W$  — момент сопротивления;  $Z_0$  — расстояние от центра тяжести до наружной грани полки;  $A$  — площадь уголка  
таблица 3



Справочные величины для осей

№ уголка а	Размеры, мм		А см <sup>2</sup>	x—x			x <sub>0</sub> —x <sub>0</sub>		y <sub>0</sub> —y <sub>0</sub>			Z <sub>0</sub> см <sup>2</sup>
	b	d		J <sub>x</sub> см <sup>4</sup>	W <sub>x</sub> см <sup>3</sup>	i <sub>x</sub> см	J <sub>x,0max</sub> см <sup>4</sup>	i <sub>x, max</sub> см	J <sub>y0,min</sub> см <sup>4</sup>	W <sub>y0min</sub> см <sup>3</sup>	i <sub>v0min</sub> см	
2	20	3	1,13	0,40	0,28	0,59	0,63	0,75	0,17	0,20	0,39	0,60
		4	1,46	0,50	0,37	0,58	0,78	0,73	0,22	0,24	0,38	0,64
2,5	25	3	1,43	0,81	0,46	0,75	1,29	0,95	0,34	0,33	0,49	0,73
		4	1,86	1,03	0,59	0,74	1,62	0,93	0,44	0,41	0,48	0,76
2,8	28	3	1,62	1,16	0,58	0,85	1,84	1,07	0,48	0,42	0,55	0,80
3,0	30	3	1,74	1,45	0,67	0,91	2,30	1,15	0,60	0,53	0,59	0,85
		4	2,27	1,84	0,37	0,80	2,92	1,13	0,77	0,61	0,58	0,89
3,2	32	3	1,86	1,77	0,77	0,97	2,80	1,23	0,74	0,59	0,63	0,89
		4	2,43	2,26	1,00	0,96	3,58	1,21	0,94	0,71	0,62	0,94
3,5	35	3	2,04	2,35	0,93	1,07	3,72	1,35	0,97	0,71	0,69	0,97
		4	2,17	3,01	1,21	1,06	4,76	1,33	1,25	0,88	0,68	1,01
3,5	35	5	3,28	3,61	1,47	1,05	5,71	1,32	1,52	1,02	0,68	1,05
4,0	40	3	2,35	3,55	1,22	1,23	5,63	1,55	1,47	0,95	0,79	1,09
		4	3,08	4,58	1,60	1,22	7,26	1,53	1,90	1,19	0,78	1,13
		5	3,79	5,53	1,95	1,21	8,75	1,52	2,30	1,39	0,78	1,17
4,5	45	3	2,65	5,13	1,56	1,39	8,13	1,75	2,12	1,24	0,89	1,21
		4	3,48	6,63	2,04	1,38	10,52	1,74	2,74	1,54	0,89	1,26
		5	4,29	8,03	2,51	1,37	12,74	1,72	3,33	1,81	0,88	1,30
5,0	50	3	2,96	7,11	1,94	1,55	11,27	1,95	2,95	1,57	1,00	1,33
		4	3,89	9,21	2,54	1,54	14,63	1,94	3,80	1,95	0,99	1,38
		5	4,80	11,20	3,13	1,53	17,77	1,92	4,63	2,30	0,98	1,42
		6	5,69	13,07	3,69	1,52	20,72	1,91	5,43	2,63	0,98	1,46
5,6	56	4	4,38	13,10	3,21	1,73	20,79	2,18	5,41	2,52	1,11	1,52
		5	5,41	15,97	3,96	1,72	25,36	2,16	6,59	2,97	1,10	1,57
6,0	60	4	4,72	16,21	3,70	1,85	25,69	2,33	6,72	2,93	1,19	1,62
		5	5,83	19,79	4,56	1,84	31,40	2,32	8,18	3,49	1,18	1,66
		6	6,92	23,21	5,40	1,83	36,81	2,31	9,60	3,99	1,18	1,70
		8	9,40	29,55	7,00	1,81	46,77	2,27	12,34	4,90	1,17	1,78
		10	11,08	35,32	8,52	1,79	55,64	2,24	15,00	5,70	1,16	1,85
6,3	63	4	4,69	18,86	4,09	1,95	29,00	2,45	7,81	3,26	1,25	1,69
		5	6,13	23,10	5,05	1,94	36,80	2,44	9,52	3,87	1,25	1,74
		6	7,28	27,06	5,98	1,93	42,91	2,43	11,18	4,44	1,24	1,78
7,0	70	4,5	6,20	29,04	5,67	2,16	46,03	2,72	12,04	4,53	1,39	1,88
		5	6,86	31,94	6,27	2,16	50,67	2,72	13,22	4,92	1,39	1,90
		6	8,15	37,58	7,43	2,15	59,64	2,71	15,52	5,66	1,38	1,94
		7	9,42	42,98	8,57	2,14	68,19	2,69	17,77	6,31	1,37	1,99
		8	10,67	48,16	9,68	2,12	76,35	2,68	19,97	6,99	1,37	2,02

### Характеристики некоторых материалов

Марка	Материал	$\sigma_B$	$\sigma_T$	$\sigma_{-1}$	Ориентировочное применение
		Н / мм <sup>2</sup>			
Ст3	Сталь углеродистая обыкновенного качества (ГОСТ 380—71)	380—470	240	180	Заклепки, болты, Гайки. Валы, оси, зубчатые колеса Шпонки, валы, зубчатые колеса
Ст5		500—620	280	240	
Ст6		600—720	310	280	
Сталь 15	Сталь углеродистая качественная конструкционная (ГОСТ 1050—74)	350	210	160	Для цементуемых деталей Болты, гайки, оси, валы Зубчатые колеса, муфты, валы Фрикционные диски Детали, подвергающиеся истиранию
35		520	300	230	
45 и 50		600	340	260	
Сталь 50Г		650	370	290	
Сталь 20Х	Сталь легированная конструкционная (ГОСТ 4543—71)	800	600	350	Для цементуемых деталей: зубчатых колес, кулачковых муфт
Сталь 40Х		1000	800	420	
СЧ 12— 28	Отливки из серого чугуна (ГОСТ 1412—70)	120		280	Кожухи, корпуса Станины, тихоходные зубчатые колеса Зубчатые колеса, рычаги, маховики
СЧ 16— 32		150		320	
СЧ 21-40		210		400	
БрОЦС-5-5-5	Бронзы оловянные литейные (ГОСТ 613—65)	180—220	80—100		Вкладыши подшипников

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

## ГОСТ 6636-69

### Стандартный ряд диаметров

10, 10,5, 11, 11,5, 12, 13, 14, 15, 16 17, 18, 19, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 28, 30, 32, 33, 34, 36, 38, 40, 42, 45, 48, 50, 52, 55, 60, 63, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100, 105, 110, 120, 125, 130, далее через 10 мм.

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ**  
**ИМПЕРАТОРА АЛЕКСАНДРА I»**  
**(ФГБОУ ВО ПГУПС)**  
**ПЕТРОЗАВОДСКИЙ ФИЛИАЛ**

**ОТЧЕТЫ**  
**по практическим занятиям**

По дисциплине **ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА**

специальности: **23.02.06 Техническая эксплуатация подвижного состава  
железных дорог**

Выполнил (а) \_\_\_\_\_

Группа: \_\_\_\_\_

Проверила преподаватель: Яковцева Г.Б.

г. Петрозаводск  
2018г.

## Основная учебная литература:

1. Лукьянов А. М. Техническая механика: Учебник [Электронный ресурс] / А. М. Лукьянов, М. А. Лукьянов. - Москва: ФГБОУ УМЦ, 2014. - URL: 711 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=55406](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=55406)
2. Молотников В. Я. Техническая механика [Электронный ресурс] - СПб.: Лань, 2017. - 476 с. - URL: <http://e.lanbook.com/book/91295>

## Дополнительная учебная литература:

1. Атапин В. Г. Сопротивление материалов: Учебник и практикум [Электронный ресурс] / В. Г. Атапин. - М.: Издательство Юрайт, 2017. - 342 с. - URL: <https://biblio-online.ru/book/019A4ACF-D287-49AC-BA93-1FBA6835864D>
2. Атапин В. Г. Сопротивление материалов. Сборник заданий с примерами их решений: Учебное пособие [Электронный ресурс] / В. Г. Атапин - М.: Издательство Юрайт, 2017. - 151 с. - URL: <https://biblio-online.ru/book/C852D205-F469-43E8-B634-6E54852EC810>
3. Асадулина, Е. Ю. Сопротивление материалов. Конспект лекций: Учебное пособие [Электронный ресурс] / Е. Ю. Асадулина - М.: Издательство Юрайт, 2017. - 254 с. - URL: <https://biblio-online.ru/book/F687E936-6F86-479A-90B4-CF54A6C34FFA>

## СОДЕРЖАНИЕ

	лист
Предисловие	2
Перечень практических занятий	2-3
Общие и профессиональными компетенции	3
Правила выполнения практических работ	4
<b>Раздел 1 Статика</b>	<b>5</b>
Практическая 1. Решение задач на равновесие сил в аналитической форме.	6-13
Практическая 2. Определение главного вектора и главного момента произвольной плоской системы сил.	14-19
Практическая 3. Определение реакций в опорах балочных систем с проверкой правильности решения.	20-30
<b>Раздел 4 Сопротивление материалов</b>	<b>32</b>
Практическая 4. Выполнение расчетов на прочность при растяжении и сжатии.	32-39
Практическая 5. Построение эпюр продольных сил, нормальных напряжений и перемещений при растяжении (сжатии)	40-19
Практическая 6. Расчёт соединений, работающих на срез и смятие	50-58
Практическая 7. Определение диаметра вала из условия прочности при кручении.	59-67
Практическая 8. Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов.	68-77
Практическая 9. Выполнение расчетов на жесткость при изгибе.	78-87

<b>Раздел 5 Детали машин</b>	88
Практическая 10 Выполнение расчета прямозубых передач и определение параметров зубчатых колес.	89-101
Практическая 11 Подбор подшипников качения по динамической грузоподъемности	102-110
Лабораторные работы	111
Организация и проведение контроля знаний обучающихся по выполнению практических и лабораторных занятий	112
Лабораторная работа 1 Определение центра тяжести плоских фигур	113-120
Приложение 1	121-123
Приложение 2	124
Образец титульного листа	125
Литература	126